

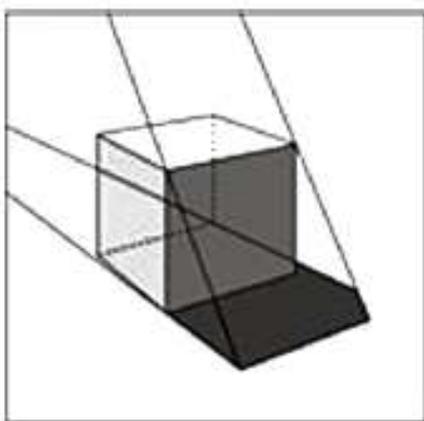
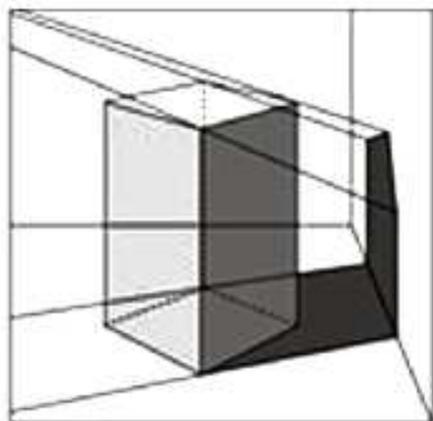
Филиал
ВТИ
ВолгГТУ

**Учебно-
методическое
пособие**

для направления
подготовки 08.03.01 –
Строительство

профиль:
Городское
строительство
и хозяйство

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА ТЕНИ



**Кулик О.Г.
Тышкевич В.Н.**

Волжский, 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ВОЛЖСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

О. Г. Кулик, В. Н. Тышкевич

Инженерная графика Тени

Электронное учебно-методическое пособие



2018

УДК 76(07)
ББК 85.15
К 903

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Автоматизация технологических процессов и производств» филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ»» в г. Волжском

В.Г. Кульков,

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Волжского филиала федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Волгоградский государственный университет» (ВФ ВолГУ)

А.А. Полковников.

Издается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Кулик, О. Г.

Инженерная графика. Тени [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / О. Г. Кулик, В. Н. Тышкевич ; ВПИ (филиал) ВолгГТУ. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1,2 МБ). – Волжский, 2018. – Режим доступа: <http://lib.volpi.ru>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-9948-2889-2

Учебно-методическое пособие разработано в соответствии с учебным планом и рабочей программой курса инженерной графики и предназначено для самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям, экзамену, при выполнении индивидуальных расчетно-графических работ.

В пособии рассмотрены вопросы специального раздела инженерной графики: «Элементы теории теней». Знания, полученные при изучении названного раздела, необходимы для выполнения архитектурно-строительных чертежей, чертежей инженерных коммуникаций и для освоения многих специальных инженерных дисциплин (архитектура, инженерная геодезия и др.).

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения направления 08.03.01 «Строительство».

Ил. 60, библиограф.: 5 назв.

ISBN 978-5-9948-2889-2

© Волгоградский государственный
технический университет, 2018

© Волжский политехнический
институт, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕНЯХ В АРХИТЕКТУРНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ.....	4
2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	6
3. ТЕНЬ ТОЧКИ.....	9
4. ТЕНЬ ПРЯМОЙ ЛИНИИ.....	12
4.1. Тень горизонтально-проецирующей прямой.....	12
4.2. Тень фронтально-проецирующей прямой.....	14
4.3. Тень прямой, параллельной плоскости проекций.....	14
4.4. Тень прямой общего положения.....	14
5. ТЕНИ ПЛОСКИХ ФИГУР	15
6. ТЕНИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.....	22
6.1. Тени многогранников.....	22
6.2. Тени объемных тел, ограниченных кривыми поверхностями.....	27
6.2.1. Тень цилиндрического тела.....	27
6.2.2. Тень конического тела.....	35
6.2.3. Тень шара.....	40
6.2.4. Тень произвольного тела вращения.....	48
7. ТЕНИ ФРАГМЕНТОВ ЗДАНИЙ	51
7.1. Тени в нишах	51
7.2. Тень козырька.....	53
7.3. Тень кронштейна.....	54
7.4. Тень от абаки на колонну.....	57
7.5. Тень на лестнице.....	60
7.6. Тень трубы.....	63
7.7. Тень от одного фрагмента здания на другой.....	66
7.8. Тень здания.....	68
7.9. Выполнение отмывки вручную.....	71
Контрольные вопросы.....	72
Список рекомендуемой литературы.....	73

1. Общие сведения о тенях в архитектурном проектировании

В архитектурно-строительной практике светотень имеет важное значение. Для проверки композиционных решений и придания архитектурным чертежам большей наглядности, рельефности изображений архитектор сопровождает их построением теней. Принципы, на которых основано построение теней, применяются в ряде специальных областей, например, при расшифровке изображений и фотоснимков по зафиксированным контурам теней, выборе освещенности зданий, исследованиях при аэрофотосъемках, маскировке и т.д.

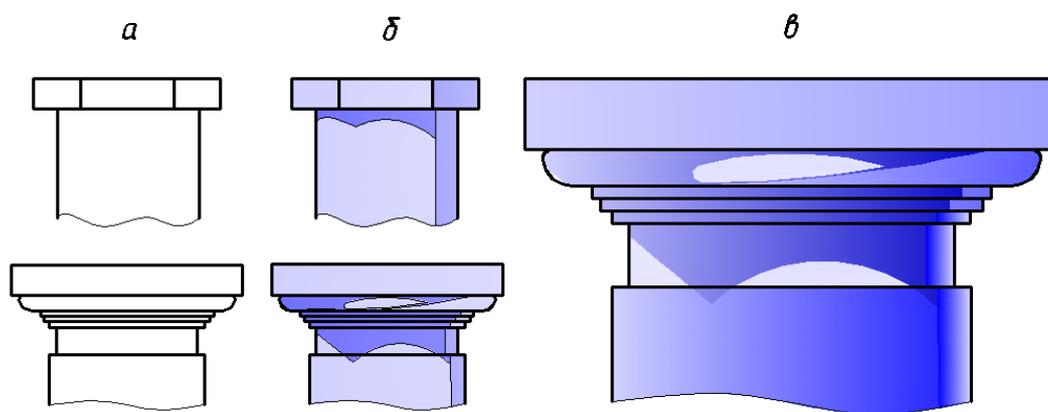
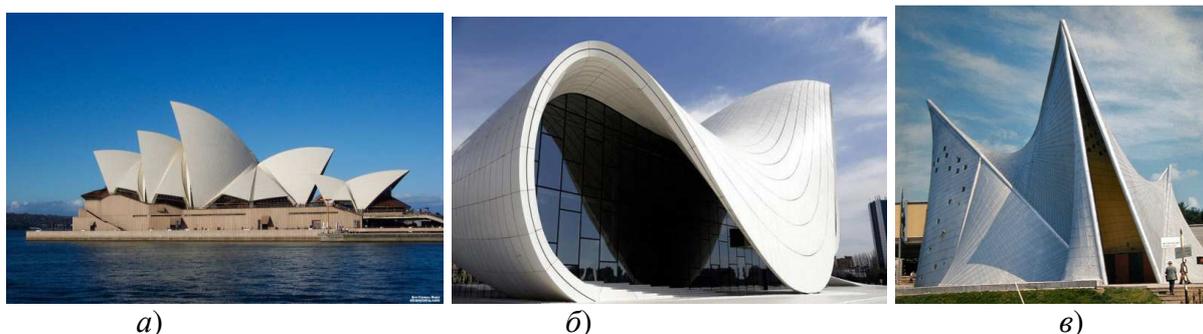


Рис. 1. Изображение колонн: *а* – линейное; *б* – с контурами собственных и падающих теней; *в* – с учетом воздушной перспективы

В восприятии архитектурного сооружения формообразующее значение светотени играет большую роль. Умелое использование архитектурных качеств светотени дает сооружению большой дизайнерский эффект. Чертеж с изображением светотени гораздо полнее создает представление о реальном объекте, чем чертеж, выполненный в линейной графике. На рис. 1, *а* по одному изображению колонн в линиях форму объекта определить невозможно. На рис. 1, *б* по контурам теней (линиям пересечения световых плоскостей с поверхностью объекта) уже можно частично определить форму объекта, а по рис. 1, *в*, где показаны границы теней и градация освещенности на основе воздушной перспективы, форму объекта можно прочесть по одному изображению.

Использование в качестве объектов различных отсеков поверхностей с образованными линиями пересечения при наличии теней дают потрясающий дизайнерский эффект восприятия. Примерами могут служить станция метро «Сокол» в Москве, потолок зала ожидания Московского вокзала в Санкт-Петербурге и другие уникальные сооружения. Причем значение светотени требует проверки ее формирующих качеств в задуманном объекте еще в начальной стадии проектирования. Поскольку в архитектурно-строительных сооружениях часто используются сложные поверхности, такие как гиперболический параболоид, однополостный параболоид и др., то необходимость такой предварительной проработки теней на изображениях очевидна, и поэтому для более полного выявления пространственного решения композиции, пластичности форм, рельефности поверхности архитектурные чертежи сопровождаются изображением светотени, которое выполняется различными графическими приемами на основе геометрических и физических закономерностей, с учетом физиологии зрительного восприятия (рис. 2).



а) б) в)
Рис. 2. Здание с перекрытием в виде гиперболического параболоида *а* - Сиднейский оперный театр; *б* - культурный Центр Гайдара Алиева (Баку); *в* - Использование однополостного гиперболоида в архитектурной композиции. Ле Карбюзье

Образование теней зависит от многих факторов. Светлые предметы по мере удаления их от зрителя кажутся более темными, а темные – более светлыми. Тень самого предмета и падающая от него тень на другие предметы никогда не бывает одинаковой интенсивности – сказывается воздей-

ствие лучей света, отраженных от других предметов. Если поверхность предмета гладкая, то на определенном ее участке возникает блик. Местоположение блика зависит от того, где находится источник света и зритель.

Начертательная геометрия обычно ограничивается геометрическими построениями, относящимися к определению границы тени.

Само понятие тени вытекает из трех физических положений, не зависящих от гипотез о происхождении света:

- 1) *в однородной среде свет распространяется по прямым линиям;*
- 2) *лучи света выходят из светящейся точки по всем направлениям.*

На этом основании, на какое-либо тело, взятое в пространстве, падает пучок лучей, ограниченных конической поверхностью, образующие которой являются касательными к данному телу (рис. 3).

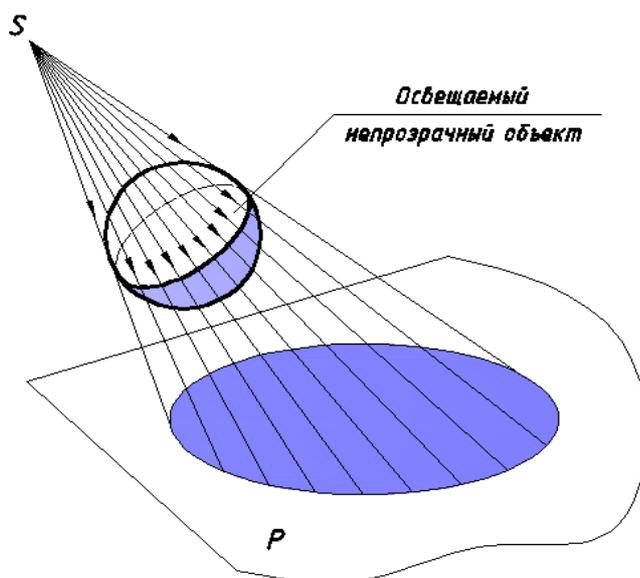


Рис. 3. Образование теней от конического пучка лучей

3) *Лучи света проходят через прозрачное тело и задерживаются непрозрачным.*

2. Основные понятия и определения

Предметы в окружающей среде освещаются либо лучами солнца, либо другими источниками света. Если светящаяся точка находится на конеч-

ном расстоянии от объекта – освещение называется *факельным*, если удалена в бесконечность – *солнечным*.

Тени, придающие плоским чертежам большую выразительность, разделяют на *собственные* и *падающие*.

Пусть источник света (солнце), освещая какой-либо геометрический объект (например шар), удален в бесконечность в направлении, противоположном S . Тогда световые лучи, идущие от источника, будут параллельны друг другу. Множество лучей, упирающихся в поверхность шара, образуют *световой цилиндр*. Оболочка цилиндрической поверхности, касаясь шара, отделит освещенную поверхность шара от неосвещенной (рис. 4).

Поскольку цилиндрическая поверхность, образованная световыми лучами, соосна со сферой, ограничивающей шар, – общим элементом для обеих поверхностей будет окружность, за которой поверхность шара не освещается. За окружностью находится *теневого* цилиндр. Образованная множеством световых лучей цилиндрическая поверхность называется *проецирующей*.

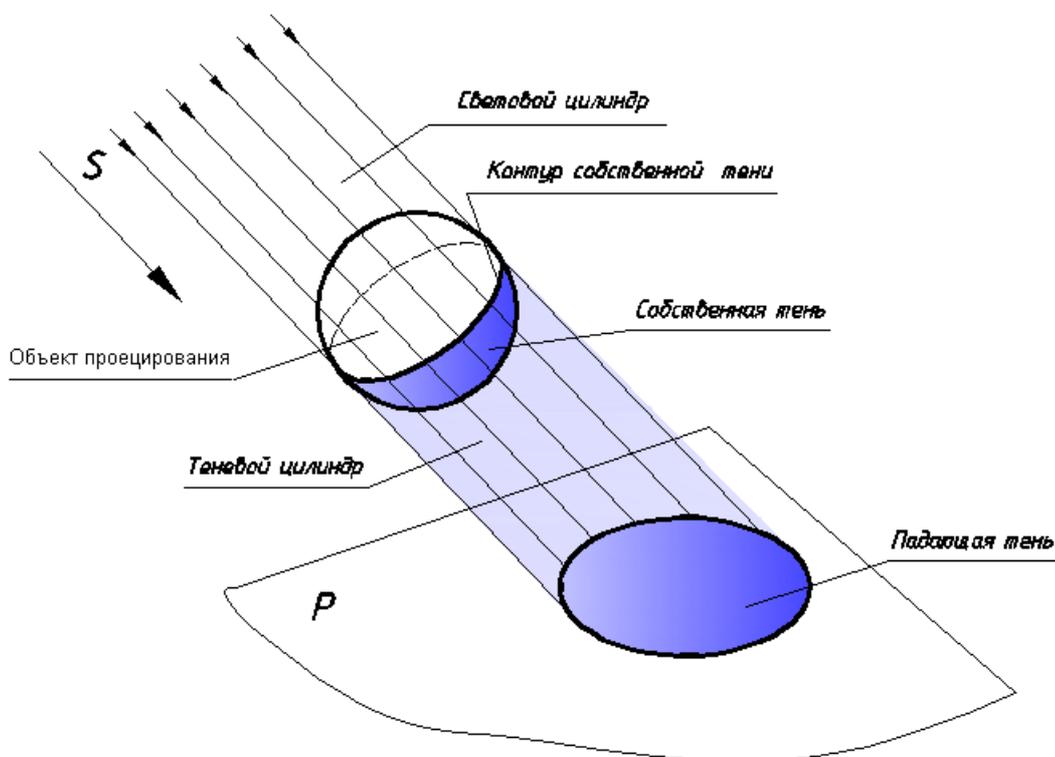


Рис. 4. Механизм получения собственных и падающих теней

Граница между освещенной и неосвещенной частями поверхности предмета – *контур собственной тени*. *Собственная тень* объекта проецирования – это совокупность неосвещенных элементов поверхности предмета. В рассматриваемом случае объектом освещения был шар, следовательно, множество световых (*проецирующих*) лучей образовали поверхность *кругового* цилиндра. Последняя, являясь поверхностью 2-го порядка, пересечется с *плоскостью проекций P* по эллипсу, который представляет собой *падающую тень* шара. Поэтому *падающая тень* – это тень, отбрасываемая предметом на другой предмет или на какую-либо плоскость (в том числе и на плоскость проекций) или поверхность (см. рис. 4). Следовательно, в случае бесконечно-удаленного источника света *тень* – это *параллельная косоугольная проекция предмета*.

За направление лучей света обычно принимают направление одной из диагоналей куба, грани которого параллельны плоскостям проекций (рис. 5).

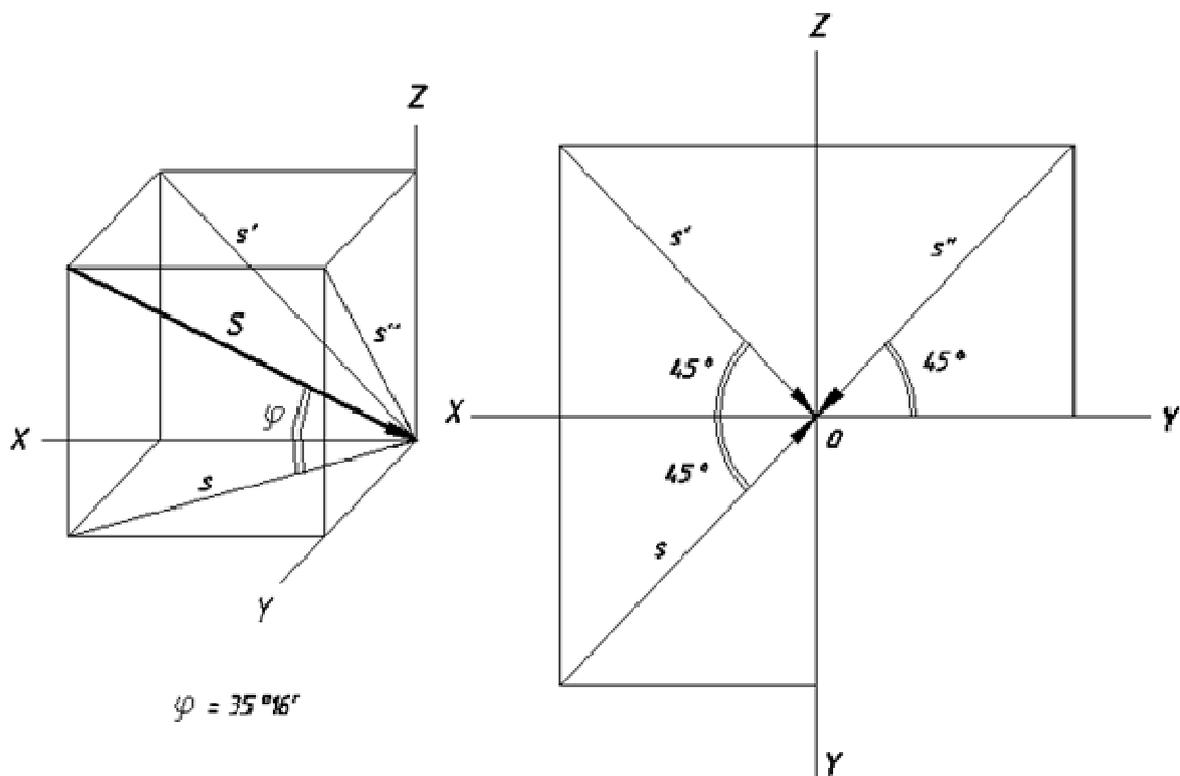


Рис. 5. Световой куб и световые квадранты

Такой куб называется *световым*, а его проекции — *световыми квадрантами* (см. рис. 5).

3. Тень точки

Простейшим геометрическим объектом является точка. Какую же точку следует иметь в виду, чтобы вести речь о ее «тени»? Одни авторы учебников по теории теней предлагают считать точку *материальной*, другие геометрическое тело уменьшают до *размеров* точки (но точка нульмерна!), чтобы дать понятие луча.

На наш взгляд, поскольку речь идет о *геометрии* теней и на чертежах выполняются *геометрические* построения, точку и ее проекцию (центральную или параллельную) следует считать *математической*. Понятно, что у такой точки тени быть не может. «Тень» точки, как таковой, в реальном мире не наблюдается. В то же время падающая тень какого-либо объекта, например здания, принимая цвет объекта (только более интенсивный), хорошо видна при ярком солнечном освещении, и граница тени (линия) отсутствует, что согласовывается с математическим понятием линии. Поэтому *тенью точки* будем считать точку пересечения светового луча с какой-либо плоскостью или поверхностью (придавая ей только геометрический смысл). В дальнейшем понятие «тень» точки будем употреблять без кавычек.

Рассмотрим построение тени точки в ортогональных проекциях. Пусть даны чертежи двух точек A (рис. 6). Заметим, что первая точка имеет меньшую аппликату и большую ординату, следовательно, она ближе расположена к плоскости H и отстоит дальше от плоскости V по сравнению со второй. Проведем в пространстве световой луч через точку $A(a, a')$.

Фронтальная проекция луча пройдет через точку a' , а горизонтальная — через точку a на основании свойства параллельных проекций.

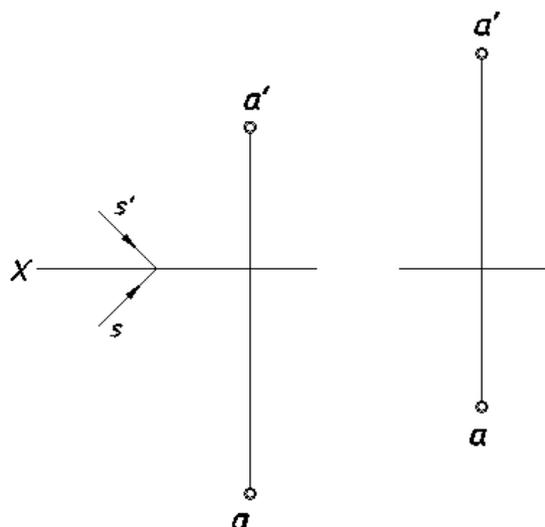


Рис. 6. Условие задачи

Поскольку в первом случае точка A ближе к плоскости H (земле) и дальше находится от плоскости V (стены) – пересечение луча произойдет с горизонтальной плоскостью проекций. Во втором случае – с плоскостью V (рис. 7). Точки пересечения светового луча с плоскостями проекций обозначим следующим образом:

a_T – действительная тень точки A на плоскости H ;

a'_T – действительная тень точки A на плоскости V .

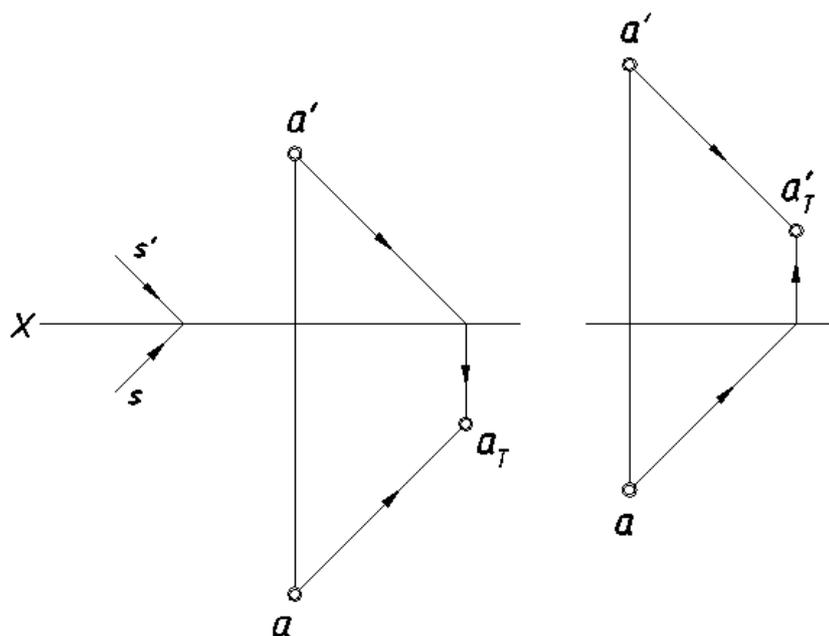


Рис. 7. Построение теней точки на плоскостях проекций

Из приведенных рассуждений можно сделать **вывод**: *тень точки падает на ту плоскость проекций, к которой точка расположена ближе.*

Заметим, что плоскости проекций считаются непрозрачными, поэтому действительная тень точки A может получиться только на одной из них. При мысленном продолжении луча его пересечение произойдет и с другой плоскостью проекций, на которой получится *мнимая (фиктивная) тень* точки (рис. 8). Обозначим эти тени следующим образом:

$a_{T(\phi)}$ — мнимая тень точки A на плоскости H ;

$a'_{T(\phi)}$ — мнимая тень точки A на плоскости V .

Конечно, в реальной жизни мнимых теней не бывает, но для решения практических геометрических задач их используют довольно часто.

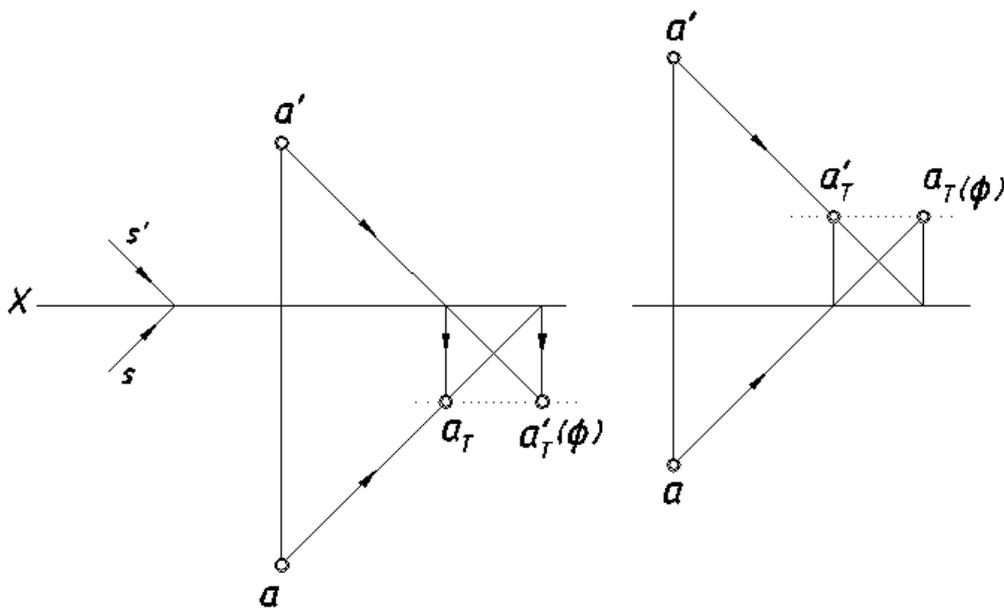


Рис. 8. Построение мнимых теней точки

Из построений, приведенных на рис. 8, можно сделать **вывод**: *действительная и мнимая тень точки лежат на прямой, параллельной оси проекций.*

4. Тень прямой линии

4.1. Тень горизонтально-проецирующей прямой

Рассмотрим построение тени прямой, перпендикулярной плоскости проекций H (тень *столба*). На рис. 9 изображены два отрезка $[AB]$. Рассмотрим первый *столб*. Через каждую точку отрезка $[AB]$ проходит световой луч, множество этих лучей образует *световую плоскость*.

Поскольку эта плоскость содержит отрезок $[AB]$ – на основании признака перпендикулярности двух плоскостей она будет горизонтально-проецирующей и пересечет плоскость H по прямой. Любая прямая определяется парой несовпадающих точек, следовательно, для построения тени отрезка $[AB]$ достаточно определить тени двух его точек.

Заметим, что точка $B(b, b')$ принадлежит плоскости H (столб упирается в землю этой точкой), поэтому $b = b_T$. Одна из искоемых точек определена. Построим тень верхней точки столба – точки $A(a, a')$. Рассуждения для ее построения приведены выше.

Действительная тень точки A – точка a_T принадлежит плоскости H . Соединив одноименные проекции точек (a_T и b_T), получим тень отрезка прямой $[AB]$, которая является следом P_H лучевой плоскости P . Другой отрезок $[AB]$ расположен близко к стене (плоскости V) поэтому частично тень данного отрезка будет отброшена на нее. Следуя предыдущим рассуждениям, отметим, что $b = b_T$, а действительная тень точки A – a_T' окажется на стене. Поскольку точки b_T и a_T' находятся в разных плоскостях проекций их нельзя соединить, поэтому воспользуемся мнимой тенью $a_{T(\phi)}$, которая определяется пересечением двух множеств – прямой, параллельной оси X , и горизонтальной проекцией луча, проходящего через точку A . Теперь одноименные проекции точек b_T и $a_{T(\phi)}$ можно соединить, как лежащие в одной плоскости H . Построенный отрезок $[b_T a_{T(\phi)}]$ – это горизонтальный след лучевой плоскости P . Поскольку точка $a_{T(\phi)}$ расположена во второй

четверти пространства, мнимая часть тени отрезка показана вспомогательной тонкой линией (рис. 10).

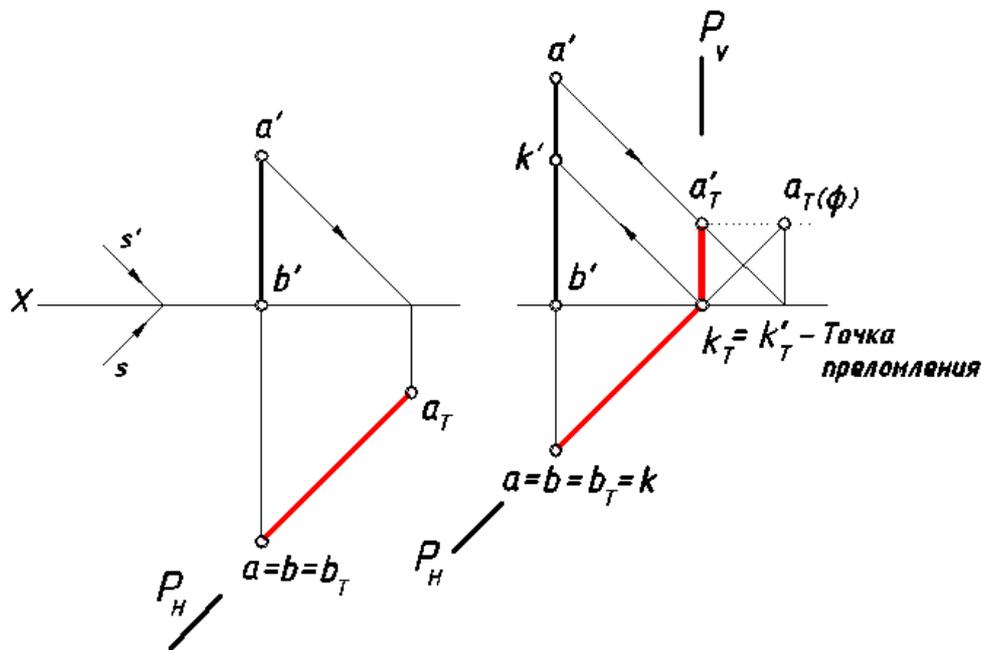


Рис. 9. Построение тени столба

Точка пересечения отрезка $[b_T a_{T(\phi)}]$ с осью X называется *точкой преломления*. Она одновременно принадлежит плоскостям H и V , поэтому ее можно соединить с точкой a_T' и получить тень того же столба на плоскости V (на стене) – это будет фронтальный след лучевой плоскости P .

Из приведенных выше рассуждений можно сделать **вывод**: тени прямой линии на плоскостях проекций представляют собой следы световой (лучевой) плоскости.

Вспользуемся построенными тенями точки A и усложним задачу. Пусть требуется на отрезке $[AB]$ определить точку $K(k, k')$, которая отбросит тень на ось X . Поскольку ось X одновременно принадлежит плоскостям H и V , можно отметить, что $k_T = k'_T$ – *точка преломления*. Проведем через эту точку световой луч, параллельный S , в обратном направлении (рис. 10) и определим проекции искомой точки. Такой прием, который был применен в поставленной задаче, называется *способом обратных лучей*.

4.2. Тень фронтально-проецирующей прямой

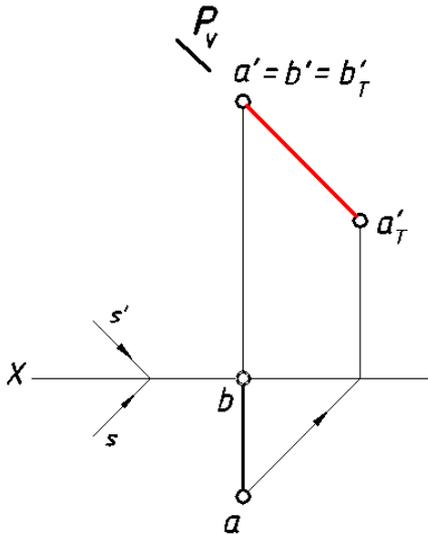


Рис. 10. Построение тени *звезда*

Пусть дан отрезок $[AB]$, перпендикулярный плоскости V (*звезда*) (рис. 10). Поскольку точка $B \in V \Rightarrow b' = b_T'$.

Построим тень точки A , проведя через нее луч, параллельный S .

Соединив одноименные проекции точек b_T' и a_T' , получим тень *звезда* на плоскости V .

4.3. Тень прямой, параллельной плоскости проекций

Дано: отрезок $[AB] \parallel V$. Из рис. 11 следует, что обе тени концов отрезка будут отброшены на фронтальную плоскость проекций, поэтому на основании свойства параллельных проекций можно сделать **вывод**: *тень отрезка прямой на параллельную ему плоскость равна и параллельна самому отрезку*.

Символическая запись этого вывода выглядит следующим образом:

$$a_T' b_T' \parallel a' b' \wedge a_T' b_T' = a' b'$$

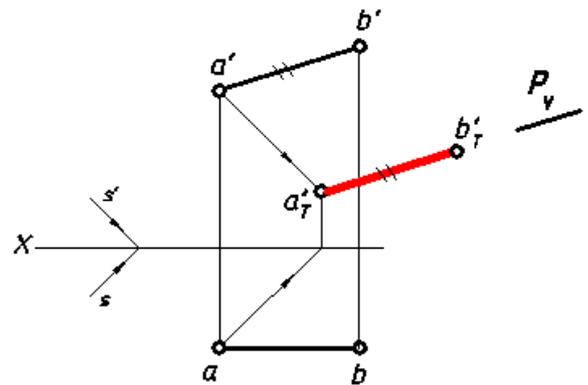


Рис. 11. Тень прямой уровня

4.4. Тень прямой общего положения

Пусть отрезок $[AB]$ занимает в пространстве общее положение (рис. 12). Тогда множество лучей, проходящих через $[AB]$ образует плоскость общего положения, следы которой P_H и P_V будут являться тенями этого отрезка на плоскостях проекций H и V . Для решения задачи использована мнимая тень точки B .

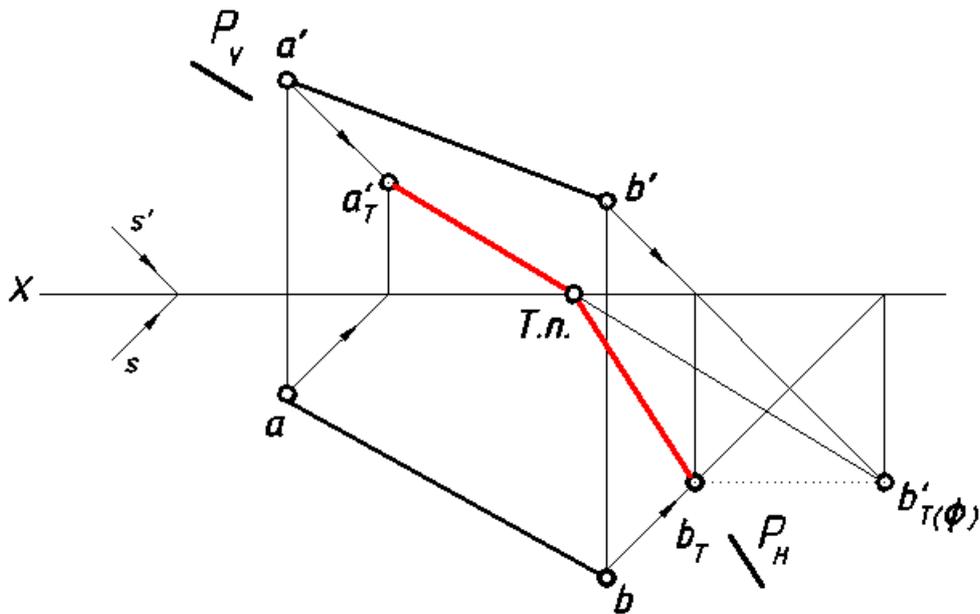


Рис. 12. Тени отрезка [AB]

5. Тени плоских фигур

До сих пор нами рассматривались геометрические образы, у которых могли быть только падающие тени. У фигур, ограниченных плоскими отсеками, наряду с падающими тенями будут существовать и собственные, поскольку плоскость – двусторонняя поверхность.

Рассмотрим отсеки плоских фигур (треугольника и круга), соответственно параллельные плоскостям V и H . Очевидно, что при заданном направлении светового потока, неосвещенные стороны отсеков плоскостей на соответствующих проекциях будут закрыты оригиналами.

Совокупность сторон треугольника представляет собой контур собственной тени. Лучевые плоскости, проходящие через стороны треугольника, образуют призматическую поверхность, которая, пересекая плоскость V , образует на ней фигуру, равную данному треугольнику, поскольку $(ABC) \parallel V$. Построение падающей тени треугольного отсека показано на рис. 13. На основании этих построений можно сделать **вывод**: *граница падающей тени плоской фигуры является тенью от контура собственной тени этой фигуры.*

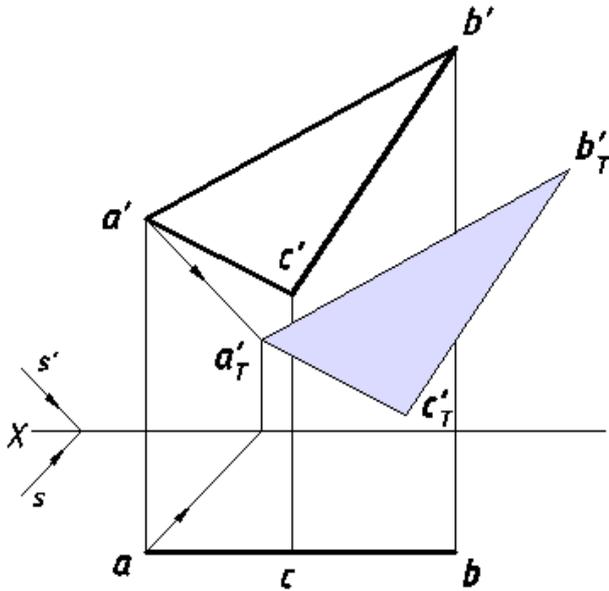


Рис. 13. Падающая тень треугольника

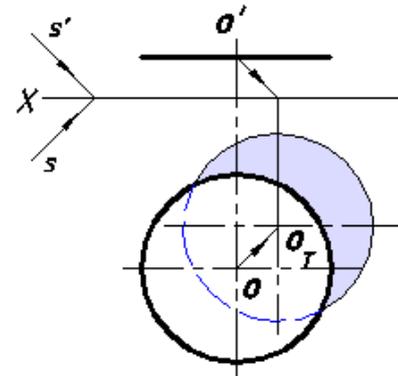


Рис. 14. Падающая тень круга

Множество световых лучей, проходящих через каждую точку окружности другого плоского отсека, образуют поверхность эллиптического цилиндра, которая пересекает плоскость H по окружности.

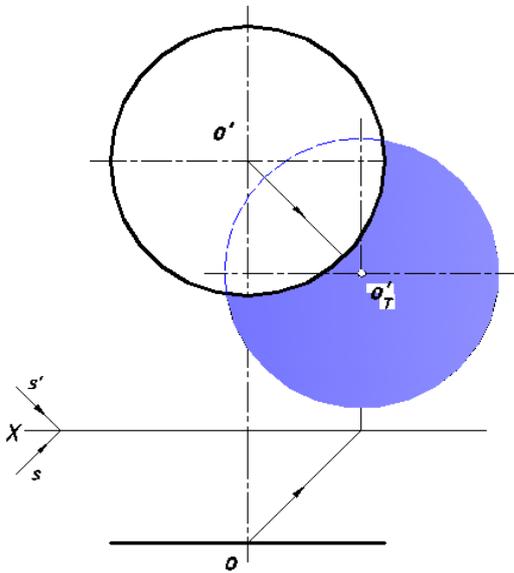


Рис. 15 Тень круга на плоскости V

которого параллельна плоскости V (рис. 15).

Вывод: тень плоской фигуры, на параллельную ей плоскость, равна и

Окружность-оригинал и падающую тень круга на плоскости H можно считать параллельными сечениями светового эллиптического цилиндра. Для нахождения местоположения падающей тени следует определить действительную тень центра данного круга на плоскости H (рис. 14).

Аналогичные рассуждения можно провести для нахождения падающей тени круга, плоскость

параллельна одноименной проекции этой фигуры.

На рис. 16 дан эпюр плоскости (ABC) , занимающей общее положение. В отличие от предыдущих примеров *определение теневой стороны плоскости* является самостоятельной задачей.

Для нахождения собственной тени плоского отсека поступим следующим образом. Возьмем случайную точку $K(k, k')$ внутри треугольного отсека на случайной прямой, заведомо лежащей в этой плоскости. Проведем через эту точку прямую, параллельную направлению S .

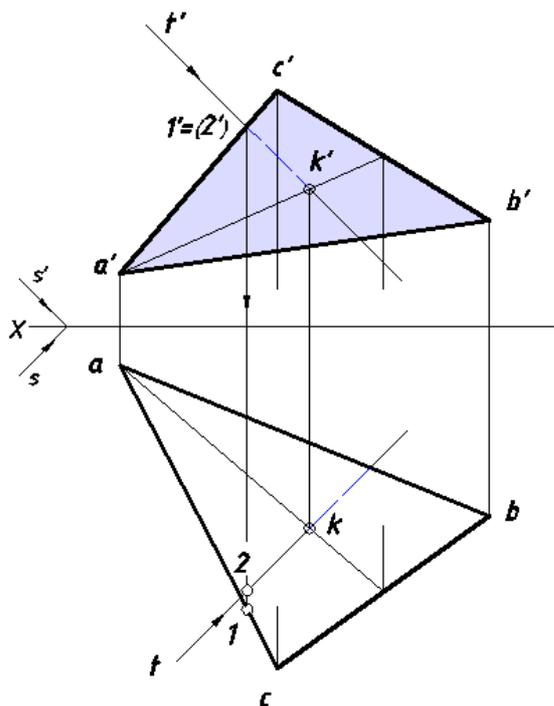


Рис. 16. Определение собственной тени треугольного отсека

Рассмотрим конкурирующие точки $I = (2')$, принадлежащие стороне $[AC]$ и проведенному лучу.

По горизонтальным проекциям I и 2 решаем вопрос о взаимной видимости плоской фигуры и прямой, проведенной через точку $K(k, k')$.

Поскольку точка на стороне $[AC]$ находится ближе к наблюдателю, она перекрывает точку на вспомогательной прямой. Отсюда следует вывод о видимости, показанной на эпюре.

Все множество лучей освещает плоскость (ABC) со стороны, невидимой наблюдателю, в собственной тени будет находиться сторона отсека, выделенная на эпюре цветом (рис. 17).

На приведенном выше рисунке построена падающая тень объекта. Пусть дана плоскость круга, параллельная плоскости V (рис. 18). Собственная тень закрыта оригиналом. Реальная часть падающей тени на плоскости V представляет собой сегмент круга.

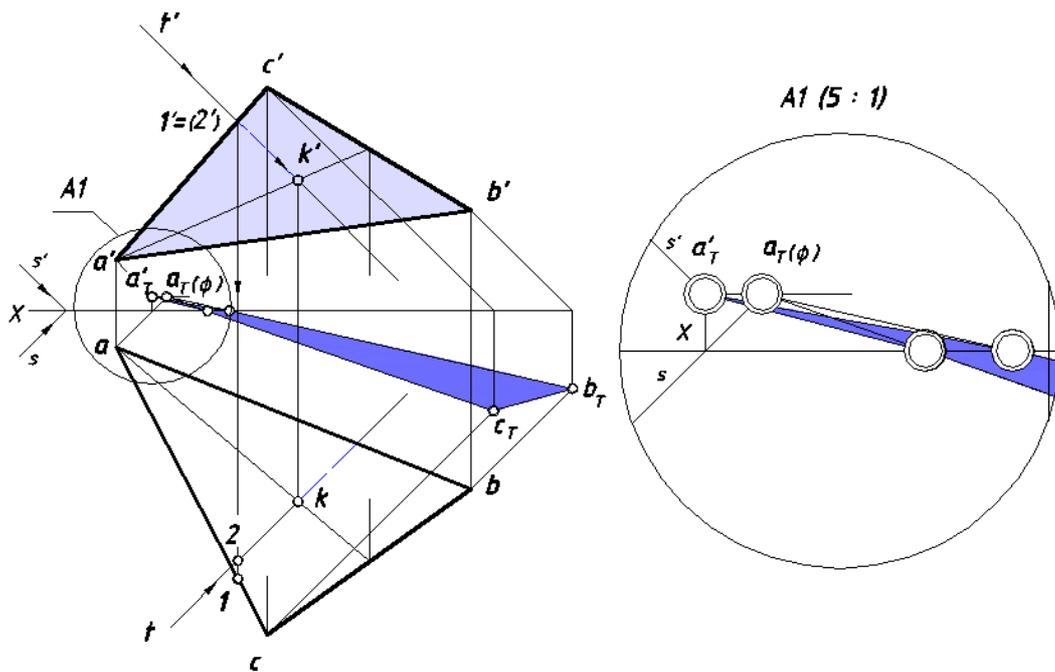


Рис. 17. Построение падающей тени треугольного отсека

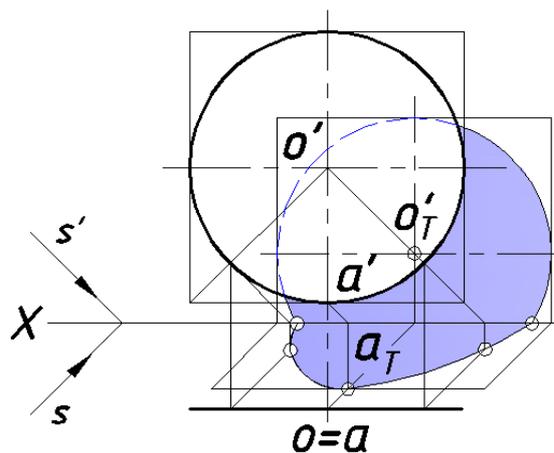


Рис. 18. Тень круга на двух плоскостях проекций

Лучевая поверхность эллиптического цилиндра, проходящая через окружность данного круга, пересекает плоскость H по эллипсу. Поскольку эллипс – лекальная кривая, ее следует строить по множеству точек, две из которых являются точками преломления и лежат на оси X . Для нахождения случайных точек можно поступить следующим образом: описать квадрат вокруг данной окружности и построить его падающие тени.

Заметим, что точка $A (a, a')$ одновременно принадлежит кругу и квад-

рату, поэтому точка a_T для эллипса является искомой. Построение еще двух случайных точек показано на чертеже.

Рассмотрим задачи, связанные с построениями собственных и падающих теней на плоских фигурах.

Задача 1

Построить тень отрезка $[MN]$ на плоскости (ABC) .

Возможны различные подходы к решению поставленной задачи. Один из них состоит в том, что можно построить падающие тени данных оригиналов на плоскости проекций независимо друг от друга, а затем применить способ обратных лучей. На рис. 19 показаны эти построения. Далее определены точки 1_T и 2_T , общие для контура падающей тени треугольника и прямой, содержащей точки m_T и n_T .

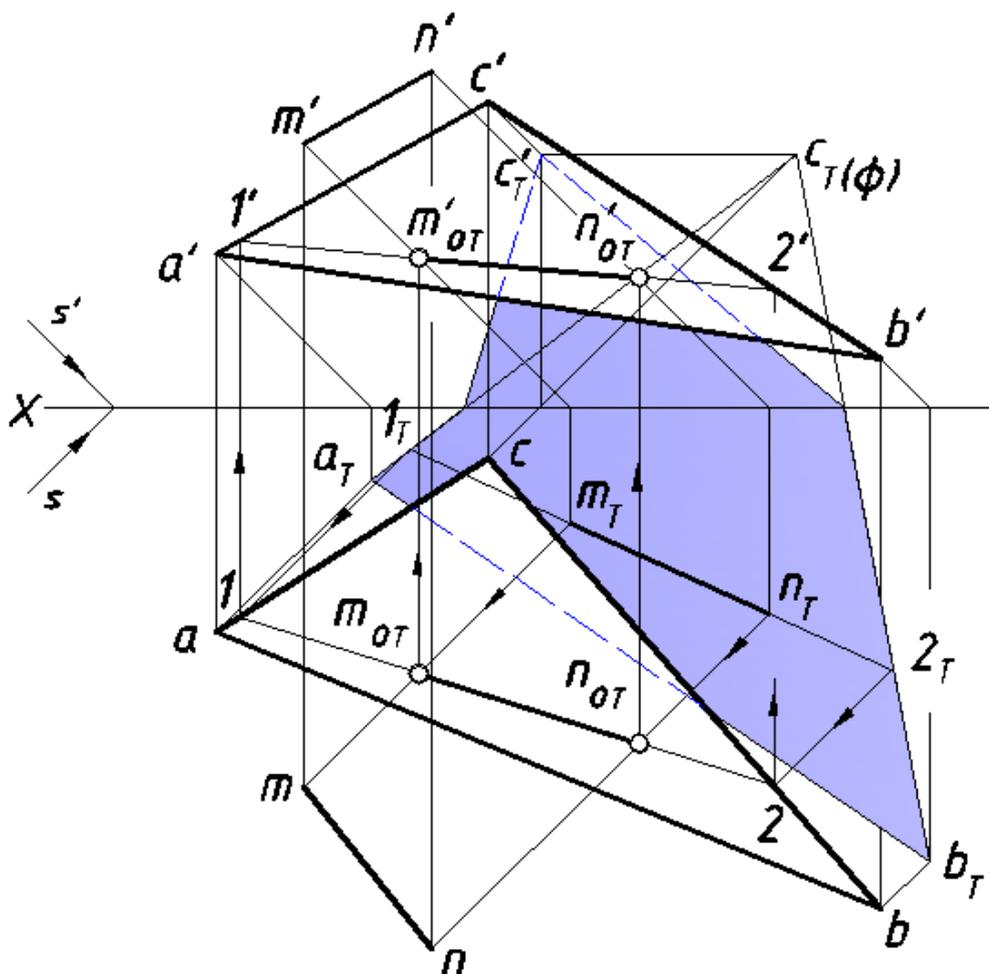


Рис. 19. Использование обратных лучей для решения задачи

По действительным теням 1_T и 2_T с помощью обратных лучей построены точки 1 и 2 , а затем найдена горизонтальная проекция падающей тени отрезка $[MN]$ на плоскость данного треугольника. С помощью линий связи на основании свойства инцидентности построены все недостающие фронтальные проекции точек.

Рассмотрим другой вариант решения задачи. Поскольку в данной задаче не ставится вопрос о нахождении падающих теней оригиналов, можно воспользоваться классической задачей начертательной геометрии о пересечении прямой с плоскостью (рис. 20).

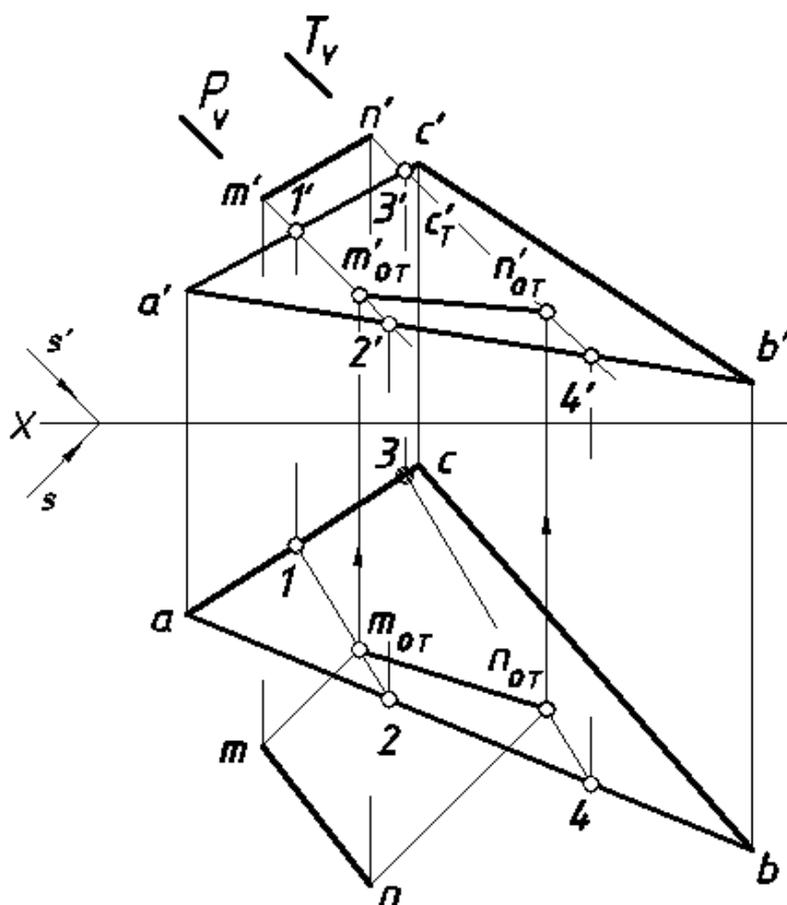


Рис. 20. Второй вариант решения задачи

Лучевая плоскость, проходящая через отрезок $[MN]$, согласно выводам, сделанным ранее, оставит след на плоскости в виде прямой линии. Любая прямая определяется парой несовпадающих точек, которыми можно счи-

Для решения задачи применим способ *обратных лучей*. Построим падающие тени отрезка $[MN]$ и параллелограмма. Поскольку отрезок $[AD]$ и точка M принадлежат плоскости H

$$a = a_T; d = d_T \text{ и } m = m_T.$$

У падающих теней данных оригиналов есть общие точки 1_T и $2_T = 2_{OT}$, по которым с помощью обратных лучей можно определить проекции искомых точек и линии пересечения.

Заметим, что эту задачу также можно было решить и другим способом, изложенным в предыдущей задаче.

6. Тени геометрических тел

6.1. Тени многогранников

Пусть дана прямая призма, стоящая на плоскости H . Требуется построить ее собственные и падающие тени на плоскости проекций H и V . (рис. 22).

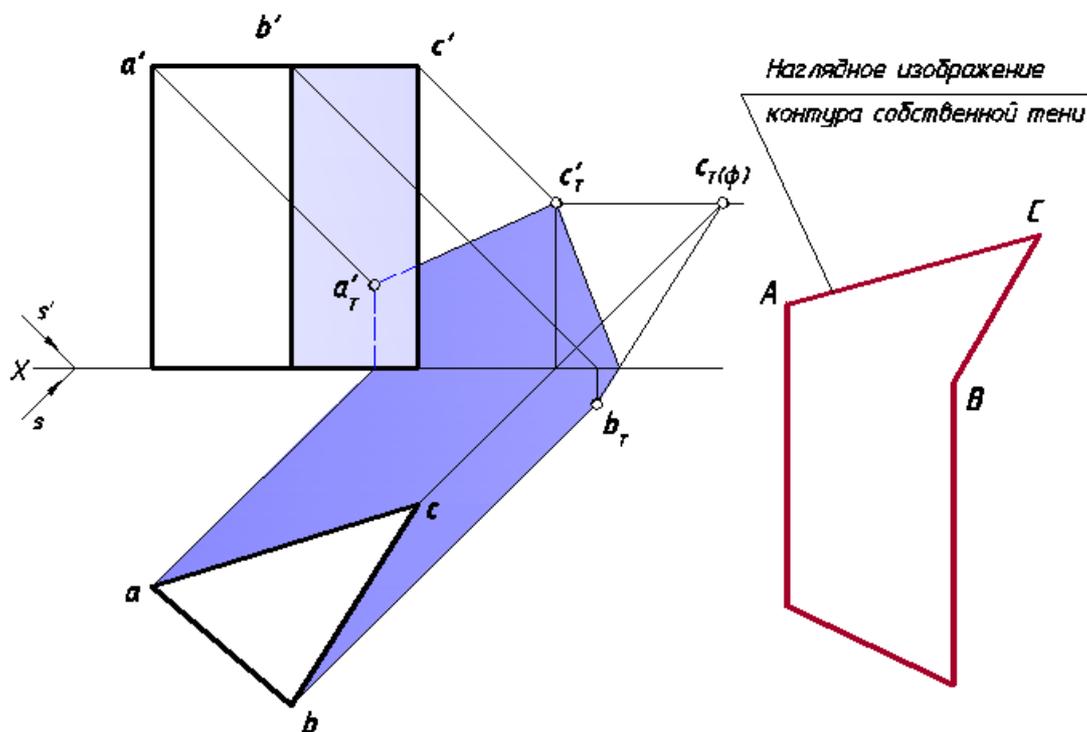


Рис. 22. Построение собственных и падающих теней призмы

Проанализируем освещенность граней. При заданном направлении

светового потока будут освещены верхняя и левая передняя грань. Остальные грани (в том числе и нижняя) находятся в тени. Для построения падающей тени объемного тела необходимо выявить контур собственной тени, который в данном случае будет представлять собой пространственную ломаную линию. Элементами этой линии являются ребра призмы, находящиеся на границах освещенных и неосвещенных плоскостей. На этом же рисунке представлено изометрическое изображение замкнутого контура собственной тени, от которого построена падающая тень.

Приведем задачи, связанные с построением теней многогранников.

Задача 1

Построить собственные и падающие тени пирамиды $SABC$; определить, какая часть отрезка $[MN]$ отбросила тень на поверхность данного многогранника (рис. 23).

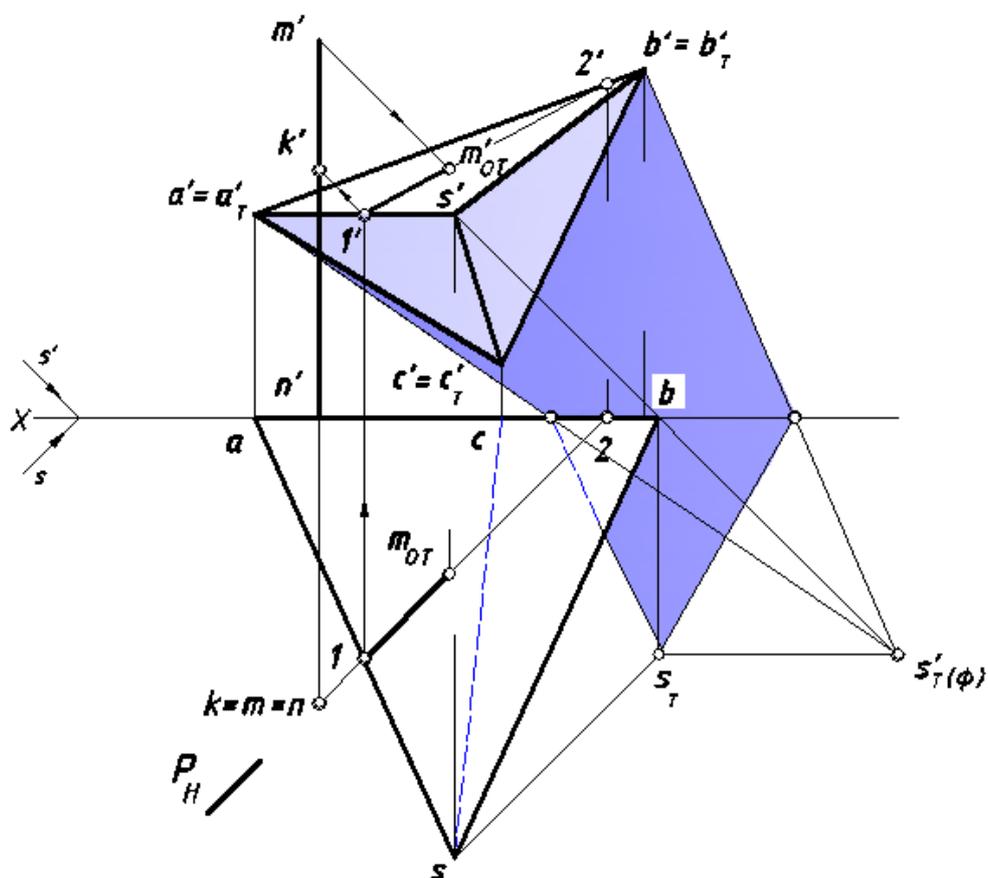


Рис. 23. Тень столба на поверхности пирамиды

При заданном направлении светового потока единственная грань пирамиды (ASB) будет освещена, остальные находятся в собственной тени. Контур собственной тени объекта – стороны треугольника ASB .

Для определения падающей тени *столба* на поверхность пирамиды заключим отрезок $[MN]$ в горизонтально-проецирующую плоскость P , параллельную направлению светового потока. Эта плоскость пересечет освещенную грань пирамиды по прямой, проекции которой $l2$ и $l'2'$ показаны на чертеже. Поскольку луч, проходящий через точку M , находится в этой же плоскости, то можно определить тень точки M на грани ASB . Отметим точку (l, l') на ребре $[AS]$, по которой с помощью обратного луча определим точку $K(k, k')$ на отрезке $[MN]$.

Задача 2

Определить освещенность видимых граней правильной шестиугольной пирамиды (рис. 24).

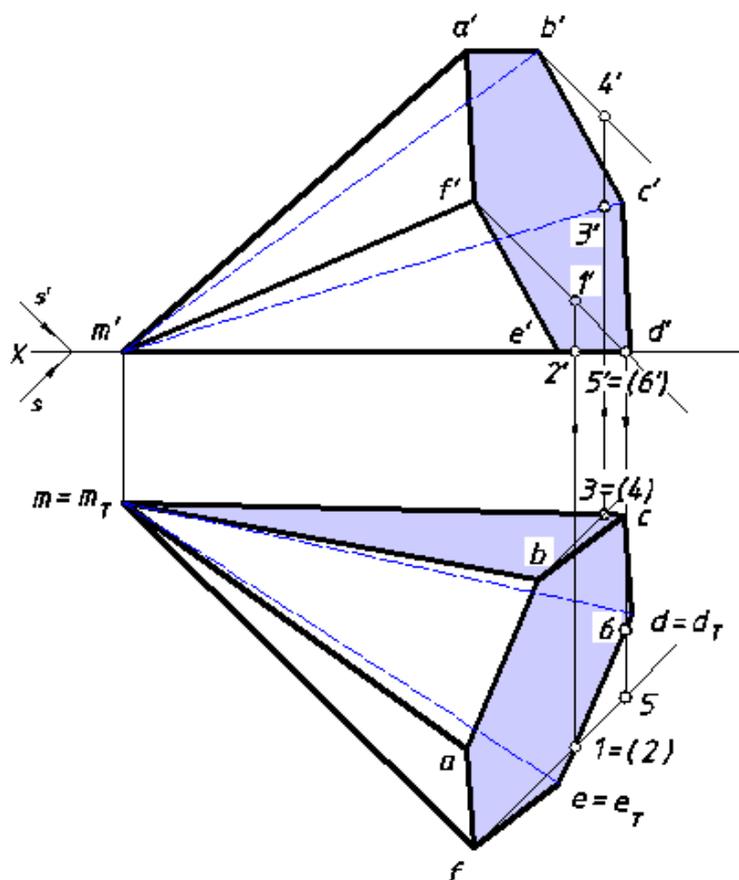


Рис. 24. Определение освещенности видимых граней

Заметим, что построение графического условия этой задачи – это уже задача, при решении которой целесообразно применить преобразование чертежа (на рис. 24 эти построения не показаны). Видимость ребер на проекциях многогранника устанавливается с помощью конкурирующих точек.

Для нахождения контура собственной тени многогранников в учебных источниках дается следующая рекомендация:

для многогранного тела достаточно провести лучи только через вершины и найти падающие тени от этих точек.

По сути дела предлагается вначале построить падающую тень, а по ней найти собственную.

На наш взгляд, такой подход возможен, но не всегда приемлем, поскольку если у многогранника большое количество вершин, то многие падающие тени от последних могут оказаться внутри контура падающей тени многогранника и ряд построений окажется нецелесообразным. К сожалению, в учебной литературе по определению контура собственной тени многогранников довольно часто встречаются ошибки.

В задачах, рассмотренных ранее, определение освещенности граней не вызывает трудностей. Если количество видимых на эпюре граней многогранника велико или их освещенность не очевидна – рекомендуем применить *метод конкурирующих точек для определения освещенности граней многогранников*. Это позволит избежать ошибок при установлении контура собственной тени объекта и при этом выполнить минимальное количество построений.

Проведем световой луч через точку $F(f, f')$ и рассмотрим конкурирующие точки, принадлежащие этому лучу и ребру $[DE]$. По аппликатам фронтальных проекций точек делаем заключение о видимости точек $1 = (2)$. Поскольку точка 2, находящаяся на ребре $[DE]$, закрыта точкой 1 светового луча – она невидима, следовательно, вся 6-угольная грань пирамиды находится в тени. Отсюда можно сделать вывод об освещенности

грани (AFM).

Часть луча, проходящего через вершину $B(b, b')$ находится над гранью (BMC), что определяется с помощью конкурирующих точек 3 и 4, принадлежащих лучу и ребру $[MC]$. Устанавливаем, что 3 = (4) и делаем вывод о том, что эта грань находится в собственной тени, а грань (ABM) – освещена. Аналогичным образом анализируем освещенность остальных граней. Часто оказывается, что при установлении теневой грани отпадает необходимость проверки вершин многогранника, тени которых попадает в область контура падающей тени.

Такой подход к определению видимости позволил избежать ошибки в аналогичной задаче в определении освещенности граней, допущенной в одном из учебников.

Задача 3

Построить собственные и падающие тени правильной шестиугольной пирамиды (рис. 25).

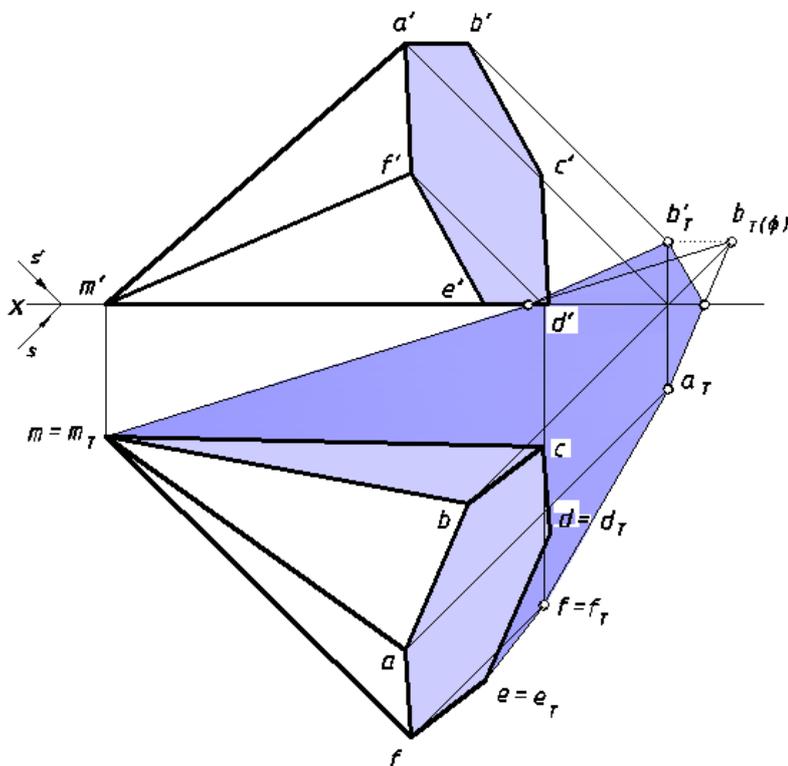


Рис. 25. Построение падающих теней пирамиды

Анализ видимых освещенных граней приведен в предыдущей задаче. В собственной тени будет находиться грань (DEM), расположенная в плоскости H , следовательно, $e = e_T$; $d = d_T$ и $m = m_T$, т.е. три вершины пирамиды и их действительные тени на плоскости H совпадают.

Ребро $[ME]$ входит в состав контура собственной тени пирамиды, т.к. грань (EFM) освещена.

Рассуждая аналогичным образом, определяем весь замкнутый контур собственной тени – это совокупная последовательность ребер $[ME] - [EF] - [FA] - [AB] - [BM]$. От этих ребер определяем контур падающей тени данной пирамиды. Решение задачи показано на рис. 25.

6.2. Тени объемных тел, ограниченных кривыми поверхностями

6.2.1. Тень цилиндрического тела

Проведем на конкретных задачах необходимые рассуждения.

Задача 1

Построить собственные и падающие тени прямого кругового цилиндра, стоящего на плоскости V (рис. 26).

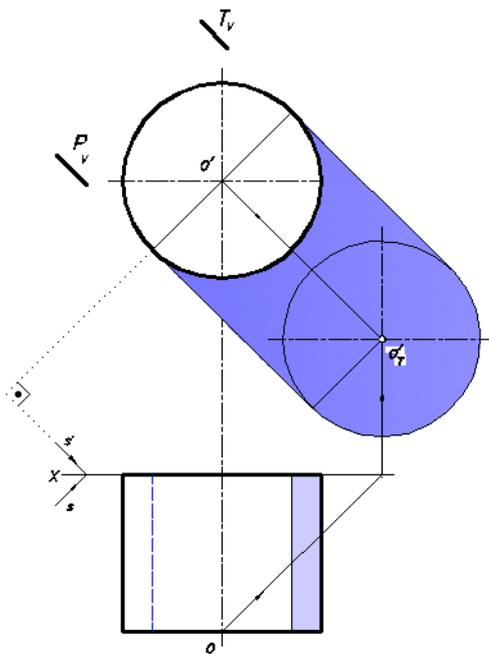


Рис. 26. Собственные и падающие тени цилиндрического тела

Плоскость основания кругового цилиндра, параллельная плоскости V , освещена световым потоком. Из всего множества лучей можно выделить два подмножества, которые образуют плоскости P и T (на чертеже показаны их следы), касательные к поверхности цилиндра.

Касание происходит по двум образующим, до которых освещена половина боковой поверхности, другая половина находится в собственной тени, следовательно, обе образующие входят в состав контура собственной тени цилиндра. На границе света и тени находится часть дуги освещенного основания, которая также входит в состав этого контура.

Освещенная боковая часть поверхности цилиндра и другое основание, расположенное в плоскости V и находящееся в собственной тени, образуют еще один участок *замкнутого* контура собственной тени цилиндра.

После этих рассуждений на горизонтальной проекции можно выделить цветом видимую часть контура собственной тени.

От этого контура определяется падающая тень. Вначале выполняется вспомогательное построение – определяется действительная тень точки O (o, o'), затем тень круга переднего основания цилиндра, равная этому кругу на основании свойства, приведенного ранее.

Две образующие, входящие в состав контура собственной тени цилиндра, стоящего на плоскости V , отбрасывают тени в виде отрезков прямых, касательных к данной и построенной окружностям. Общим контуром падающей тени будет полное очертание фигуры, изображенной на фронтальной проекции.

З а д а ч а 2

Построить собственные и падающие тени прямого кругового цилиндра, стоящего на плоскости H .

В предыдущей задаче подробно говорилось о построении контура собственной тени на цилиндрической поверхности. Проведя аналогичные рассуждения для цилиндра, стоящего на плоскости H , получим результат, по-

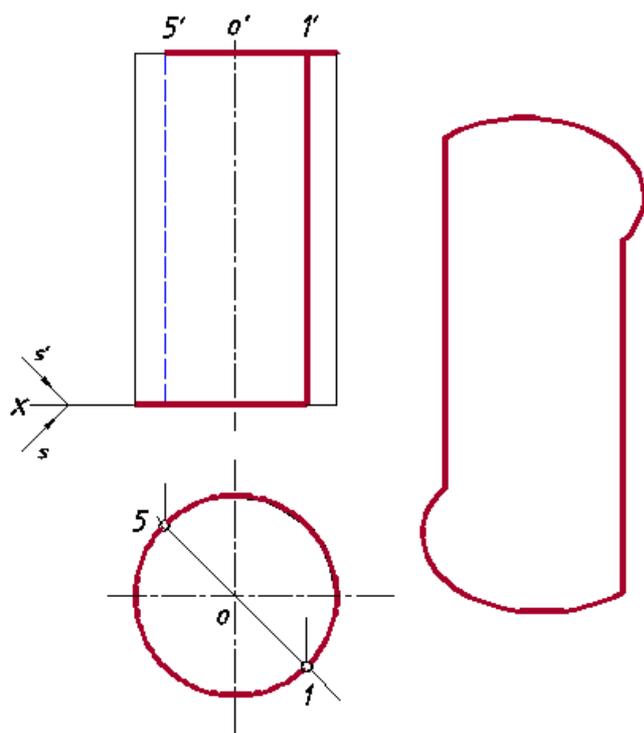


Рис. 27. Контур собственной тени на теле цилиндра

казанный графически на рис. 27. Сплошной основной линией выделен контур собственной тени тела на ортогональных проекциях, а справа выполнено его наглядное изображение в изометрии.

Построение падающей тени цилиндра начнем с определения действительной тени центра верхнего основания. Проведем через точку $O(o, o')$ луч, параллельный направлению S (рис. 28).

Поскольку аппликата точки O больше ее ординаты – действительная тень o_T' окажется на плоскости V на основании вывода, приведенного ранее, а тень цилиндрического тела упадет одновременно на две плоскости проекций. Определим мнимую падающую тень окружности верхнего основания (точнее ее часть, входящую в контур собственной тени). Зная точку o_T' , найдем мнимую тень $a_{T(\phi)}$. С центром в этой точке проведем окружность радиуса основания цилиндра, на которой отметим мнимые тени $1_{T(\phi)}, 2_{T(\phi)}, \dots, 5_{T(\phi)}$ и по ним построим тени действительные.

Покажем, как это сделать на примере точки $(1, 1')$. Через точку $1_{T(\phi)}$ проведем прямую, параллельную оси X , а через $1'$ – фронтальную проекцию луча, параллельную s' . На пересечении этих двух множеств определим действительную тень $1_T'$. Остальные действительные тени строятся аналогично.

В контур собственной тени входит часть окружности верхнего основания, действительная тень которого определяется пересечением лучевого

эллиптического цилиндра с плоскостью V и образует фигуру сечения эллипс, содержащую точки $1_{T'}$, $2_{T'}$, ... $5_{T'}$.

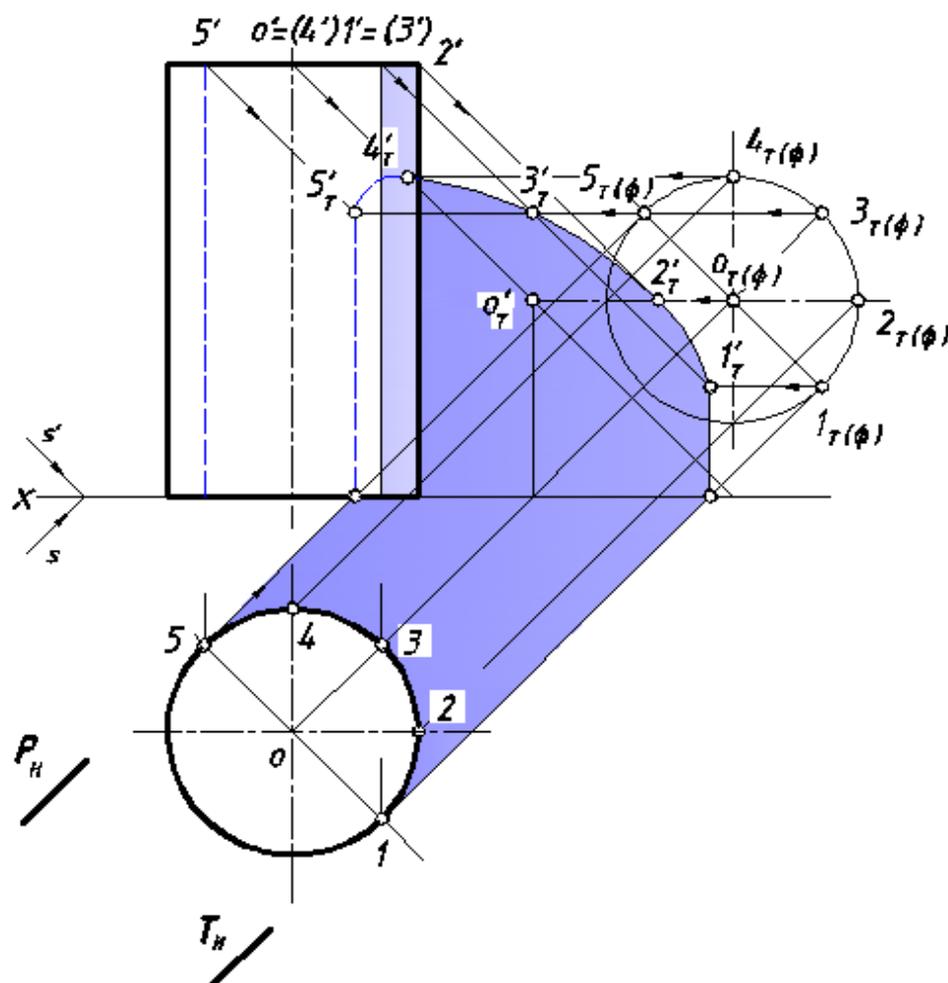


Рис. 28. Построение падающих теней объекта с использованием мнимых

Две образующие цилиндра, лежащие в плоскостях P и T , и полуокружность нижнего основания – оставшаяся часть контура собственной тени цилиндра, от этих геометрических образов построены падающие тени. Заметим, что точки $1_{T'}$ и $5_{T'}$ являются точками касания построенной дуги эллипса и падающими тенями двух образующих цилиндра.

Задача 3

Построить тени на цилиндрической оболочке (рис. 29).

При заданном направлении светового потока S часть наружной и внутренней поверхности оболочки освещена, а границей освещенности будет левая очерковая образующая цилиндрической поверхности, прохо-

дящая через точку $(4, 4')$. На внутренней поверхности, на эюре тень выделена бледным цветовым оттенком.

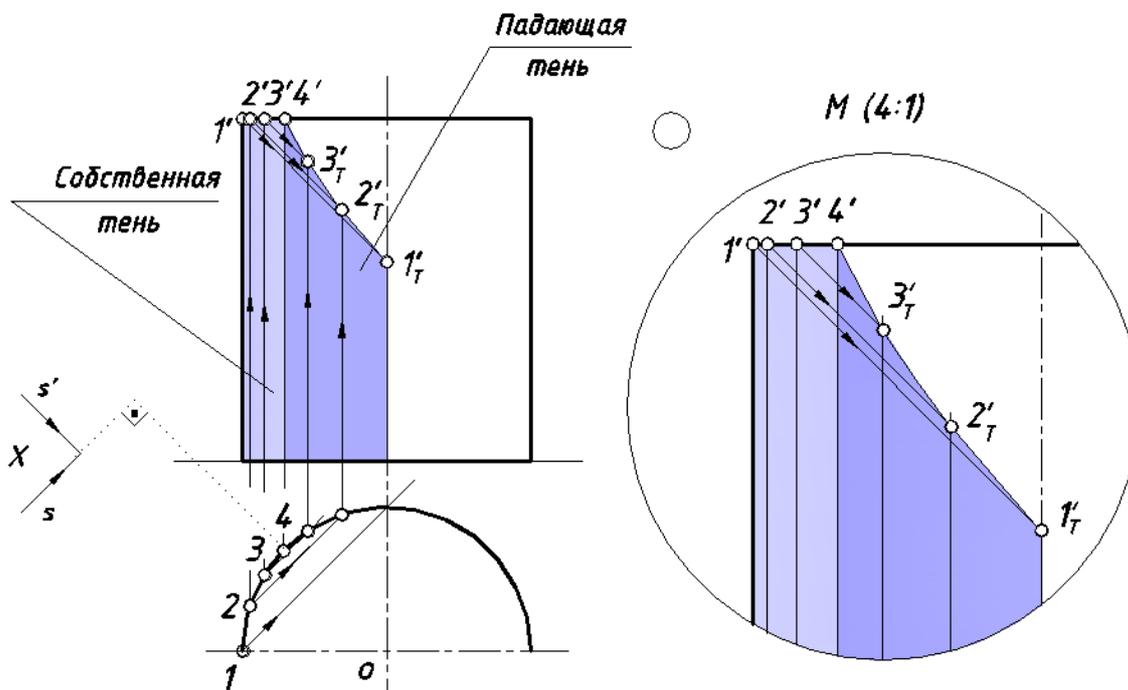


Рис. 29. Собственная и падающая тень цилиндрической оболочки

Часть дуги верхней дуги окружности от точки $(1, 1')$ до $(4, 4')$ находится на границе света и тени, следовательно, входит в состав контура собственной тени оболочки. Через каждую точку этой дуги проходит световой луч. Множество лучей образует поверхность эллиптического цилиндра. Ее пересечение с внутренней поверхностью оболочки – кривая четвертого порядка. Для построения этой кривой через вышеуказанные точки проводим световые лучи и отмечаем их пересечение с внутренней поверхностью. Полученные точки $1_T', 2_T', 3_T'$ и $4_T'$ соединяем плавной кривой – это падающая тень верхней дуги окружности. Лучевая горизонтально-проецирующая плоскость, проходящая через левую очерковую образующую, пересекает внутреннюю поверхность оболочки по прямой, ей параллельной, которая является ее падающей тенью.

Задача 4

Построить тень отрезка $[AB]$ на поверхности цилиндрической оболочки (рис. 30).

Нахождение теней оболочки показано в предыдущей задаче, поэтому на чертеже, приведенном ниже, построения не показаны.

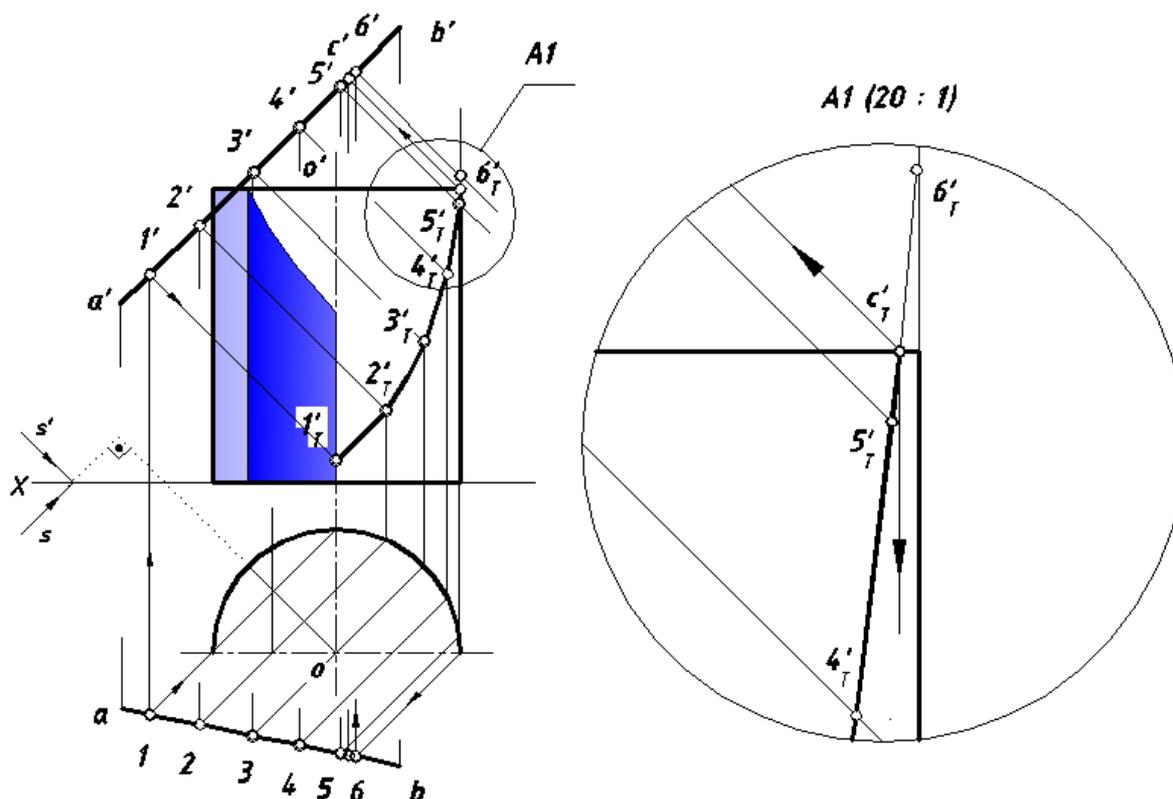


Рис. 30. Падающая тень отрезка $[AB]$ на цилиндрическую оболочку

Для решения этой задачи использовано *свойство проецирующей цилиндрической поверхности*.

Множество лучей, проходящих через отрезок $[AB]$, образует лучевую плоскость. Поскольку она является плоскостью общего положения и пересекает все образующие цилиндрической оболочки, то результатом пересечения этих образов (тенью) будет эллипс (или часть его дуги).

Ввиду того, что эллипс это лекальная кривая, ее построение выполняется по множеству точек. Возьмем на отрезке $[AB]$ точку $(1, 1')$. Это первая левая точка на данном отрезке, которая заведомо отбросит тень на внут-

ренную поверхность оболочки.

Точки, расположенные на отрезке влево от нее, отбрасывают тени на наружную часть цилиндрической поверхности, которая на фронтальной проекции не видна ввиду своей непрозрачности, поэтому их тени строить не имеет смысла.

Проведем через точку $(1, 1')$ луч, параллельный S , и отметим его пересечение с цилиндрической поверхностью – действительную тень $1_T'$. Затем на отрезке $[AB]$ возьмем случайные точки $(2, 2')$, $(3, 3')$, ... $(6, 6')$ и выполним аналогичные построения. Заметим, что точка $6_T'$ оказалась за пределами левой очерковой образующей оболочки. Соединим построенные точки плавной кривой. Заметим, что точка $C(c, c')$, отбрасывающая тень на окружность верхнего основания цилиндра, может быть найдена лишь приближенно после построения эллиптической дуги по множеству случайных точек. Для построения теней от одного объекта на другой инженеры-строители применяют следующие приемы:

метод секущих плоскостей;

метод обратного луча.

Архитекторы используют для своих целей девять различных способов (в данной работе они не приводятся).

Рассмотрим *метод секущих плоскостей*, который заключается в следующем. Заданные геометрические объекты рассекаются вспомогательными плоскостями, параллельными световому лучу и перпендикулярными к какой-либо плоскости проекций. Затем определяются линии сечения каждого объекта вспомогательными плоскостями. Плоское сечение первого объекта необходимо для определения лучей, касательных к его поверхности. Пересечение этих лучей с поверхностью другого объекта позволяет найти точки контура тени, падающей с одного объекта на другой.

Решение задачи, приведенной выше, можно объяснить, применяя ме-

тод секущих плоскостей.

Проведем вспомогательные плоскости, параллельные световому лучу и перпендикулярные плоскости H (на чертеже следы этих плоскостей не обозначены). Каждая из этих плоскостей пересекает отрезок $[AB]$ в точке, а цилиндрическую поверхность по образующей. Проведя через построенные точки, лучи до пересечения с оболочкой, найдем их действительные тени, по которым найдем очертание контура падающей тени отрезка $[AB]$.

В приводимых ранее задачах использовался *метод обратных лучей*. Приведем общие рекомендации по применению этого метода.

Метод обратных лучей заключается в том, что вначале строятся контуры падающих теней от заданных геометрических объектов (эти построения для решения задачи являются вспомогательными). Далее определяются точки пересечения полученных контуров. Из этих точек проводятся в пространстве лучи, направление которых противоположно лучам света. Точки встречи проекций обратных лучей с соответствующими проекциями первого объекта позволяют определить те точки, которые отбрасывают тени на другой объект.

Покажем решение предыдущей задачи с применением *метода обратных лучей* (рис. 31).

Построим падающие тени двух геометрических объектов на плоскости проекций независимо друг от друга. При нахождении последних использованы мнимые тени. На падающей тени отрезка взяты случайные точки, которым обеспечена принадлежность оболочки цилиндра его образующими. С помощью обратных лучей на отрезке $[AB]$ определены точки, которые отбросили тени на другой объект. Заметим, что применение этого способа позволяет точно построить точку $C(c, c')$.

На приведенных выше рисунках представлены решения задачи с применением различных способов. В первом случае нельзя найти точное положение последней точки $C(c, c')$ отрезка $[AB]$, которая отбросила тень

на оболочку цилиндра, но можно обойтись без построений падающих теней.

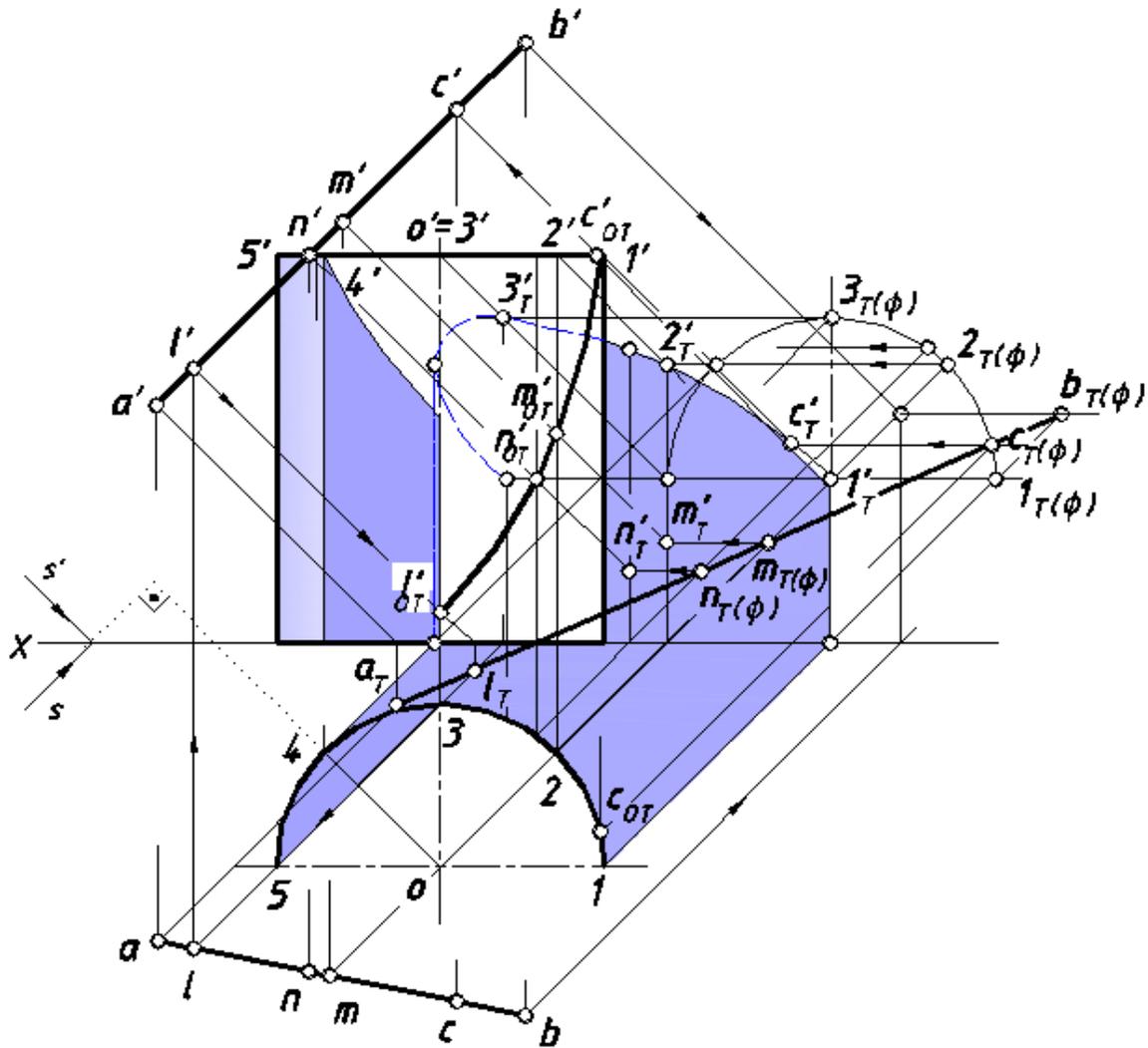


Рис. 31. Решение задачи с применением *метода обратных лучей*

Применяя способ обратных лучей, можно точно определить местонахождение точки C (c, c'), но в этом случае, необходимо строить падающие тени.

6.2.2. Тень конического тела

Задача 1

Построить собственные и падающие тени конического тела на плоскости проекций H и V (рис. 32).

Обычно построение падающих теней начинается с определения контура собственных теней. Но в отдельных случаях выгоднее поступить наоборот.

Определим падающую тень вершины конуса – точку k_T' . Из множества световых лучей, падающих на боковую поверхность конуса, можно выделить два подмножества, образующих лучевые плоскости общего положения, проходящие через вершину $K(k, k')$ и касающиеся окружности основания.

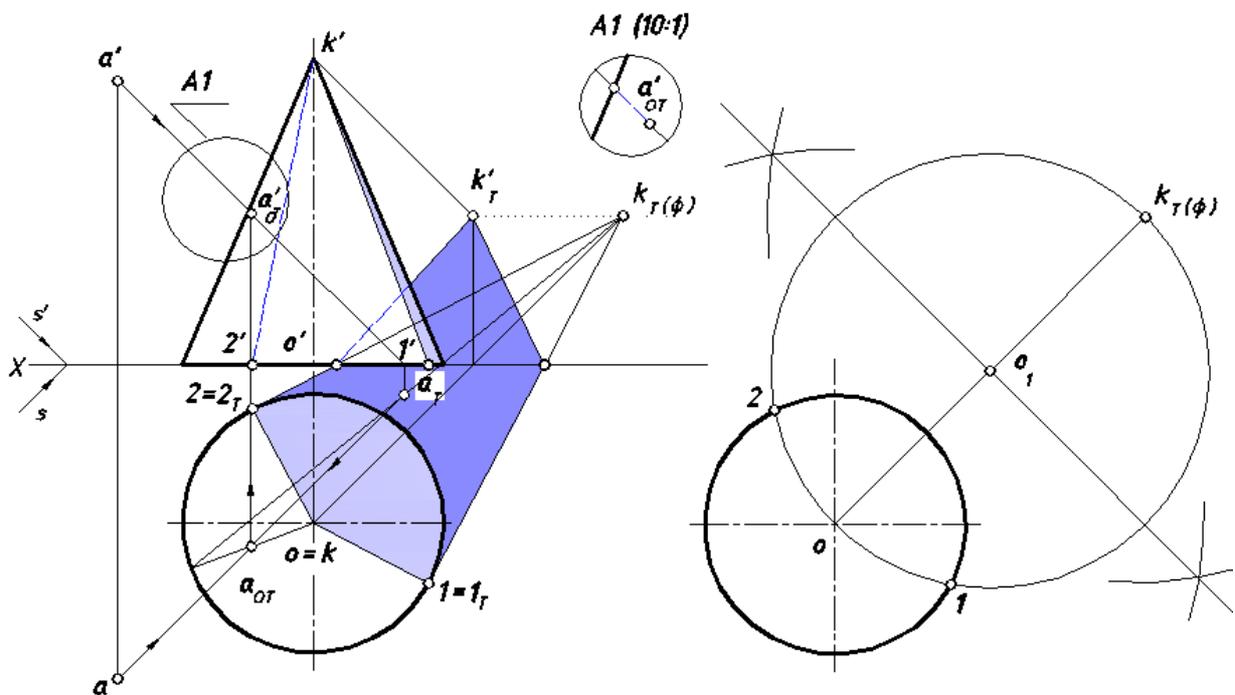


Рис. 32. Построение теней на поверхности конуса

Если мысленно отбросить плоскость V , то падающая тень конического тела окажется на плоскости H . Поскольку на ней находится основание конуса, можно отметить, что $1 = 1_T$ и $2 = 2_T$.

Проведя через точку $k_{T(\phi)}$ касательные к окружности основания (их построение показано на рис. 32 справа), получим падающие тени двух образующих конуса, которые входят в состав контура собственной тени тела.

Полный контур собственной тени в наглядном виде представлен на рис. 33.

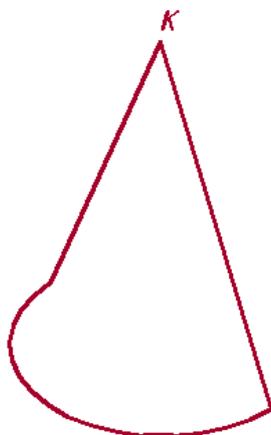


Рис. 33. Наглядное изображение контура собственной тени конуса

З а д а ч а 2

Определить тень точки A на поверхности конического тела. Покажем различные варианты достижения желаемого результата и воспользуемся графическим условием предыдущей задачи.

Применим *метод обратных лучей*, для реализации которого следует построить падающие тени двух объектов: точки $A(a, a')$ и конуса на обе плоскости проекций. Через точку a_T проведем падающую тень той образующей, которая содержит эту точку. Затем найдем горизонтальную проекцию этой образующей, на которой с помощью горизонтальной проекции обратного луча определим точку a_{OT} , а с помощью фронтальной – a_{OT}' .

Другой вариант решения задачи заключается в использовании известного алгоритма нахождения точки пересечения прямой с поверхностью:

1. через световой луч, содержащий точку $A(a, a')$ и вершину $K(k, k')$ конуса, проведем плоскость общего положения (на рис. 34 она задана двумя пересекающимися прямыми);

2. определим линию пересечения проведенной плоскости с конической поверхностью (поскольку вспомогательная плоскость проходит через вершину конуса, результатом пересечения будут две образующие);

3. найдем точку пересечения светового луча с построенными образующими – искомую точку.

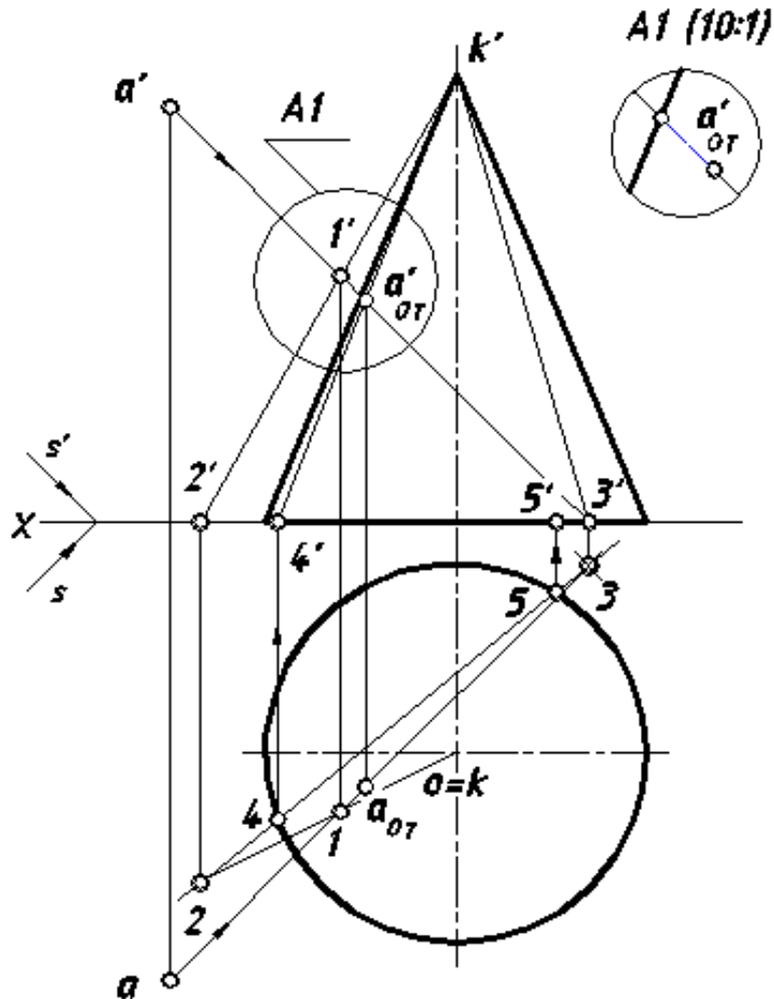


Рис. 34. Второй вариант решения задачи 1

Заметим, что луч и две образующие пересекутся в двух точках, но только одна из них является действительной тенью точки $A(a, a')$, которая расположена перед главным меридианом конической поверхности (мнимая тень точки на эюре не показана). Во избежание лишних построений найдены только фронтальные проекции образующих.

Возможный вариант решения задачи *методом секущих плоскостей* нецелесообразен, т.к. требует построения кривых второго порядка, что приведет лишь к приближенному решению поставленной задачи.

З а д а ч а 3

Построить тень отрезка $[AB]$ на поверхности конуса *методом секущих плоскостей* (рис. 35).

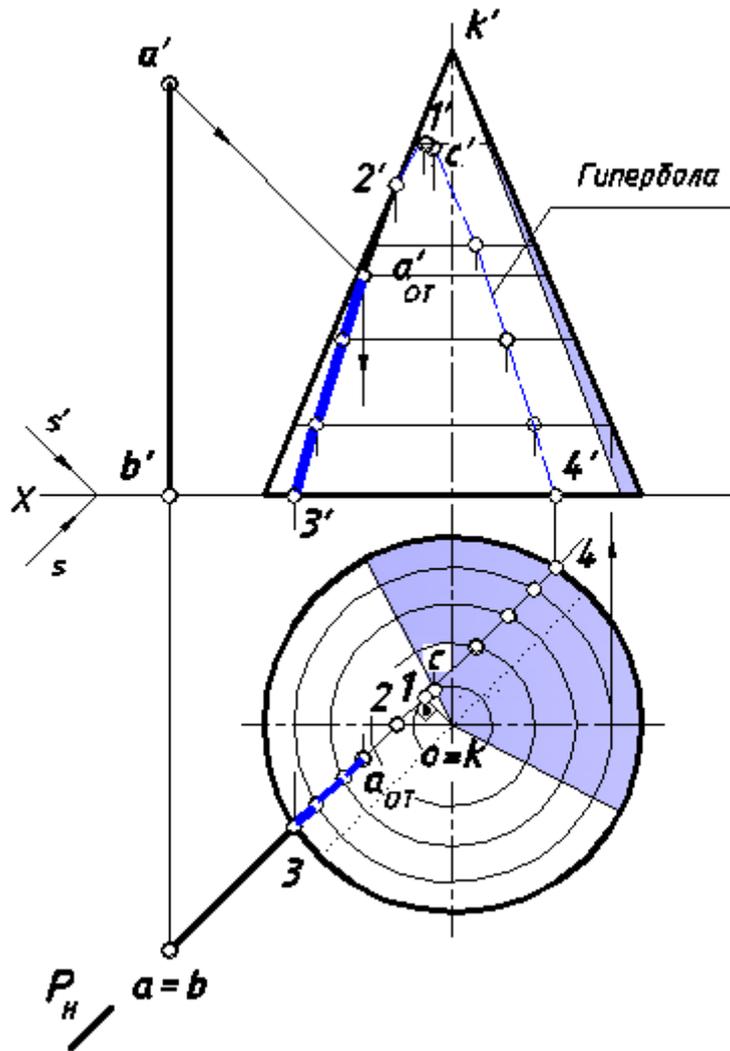


Рис. 35. Тень *столба* на поверхности конуса

Заклучим отрезок $[AB]$ в горизонтально-проецирующую плоскость P , параллельную направлению светового потока. Поскольку проведенная плоскость параллельна двум образующим конуса (на рис. 36 на горизонтальной проекции они показаны точечными линиями), она пересечет его по гиперболе.

Для ее построения поступим следующим образом. Ввиду того, что гипербола расположена в плоскости P , ее горизонтальная проекция на чер-

теже отображается отрезком [34]. Фронтальной проекцией гиперболы также будет гипербола (только с другими параметрами).

Любая лекальная кривая строится по множеству точек. Вначале определим характерные наинизшие точки $(3, 3')$ и $(4, 4')$. Горизонтальную проекцию l наивысшей точки найдем на середине отрезка [34], а для построения ее фронтальной проекции l' проведем параллель на конической поверхности, касательную к плоскости P . Еще одна характерная точка $(2, 2')$ расположена на главном меридиане, плоскость которого параллельна V . Между характерными точками намечаем случайные, горизонтальные проекции которых лежат на следе P_H . Этим точкам обеспечиваем принадлежность конической поверхности с помощью параллелей. Построив множество точек, соединяем их плавной кривой с учетом видимости непрозрачного тела. Часть гиперболы, заключенная между точками $(3, 3')$ и $(a_{от}, a_{от}')$, будет искомой тенью отрезка $[AB]$ на поверхности конического тела.

6.2.3. Тень шара

Множество лучей, падающих на шар (рис. 36), образует *световой цилиндр*, соосный с его поверхностью, поэтому общим элементом для двух поверхностей (на основании леммы о пересечении соосных поверхностей) будет окружность, представляющая собой *контур собственной тени* шара. Теневой цилиндр пересекает плоскость H по эллипсу, который является *падающей тенью* шара. При нахождении очертаний этих теней можно использовать преобразование чертежа, например, метод перемены плоскостей проекций. Проведем плоскость V_1 , параллельную направлению S , и построим новые фронтальные проекции шара и луча. Контур собственной тени шара отобразится на этой плоскости отрезком прямой $[a_1' b_1']$. Поскольку аппликаты всех точек контура в старой и новой системе плоскостей проекций одинаковы, можно найти множество точек, принадлежащих

очертанию контура на обеих проекциях. Вначале определим с помощью характерных точек размеры осей эллипсов, в которые проецируется контур, а затем аналогичным образом построим необходимое количество случайных точек. Соединив плавной кривой линией одноименные проекции найденных точек с учетом видимости, получим проекции очертания контура собственной тени.

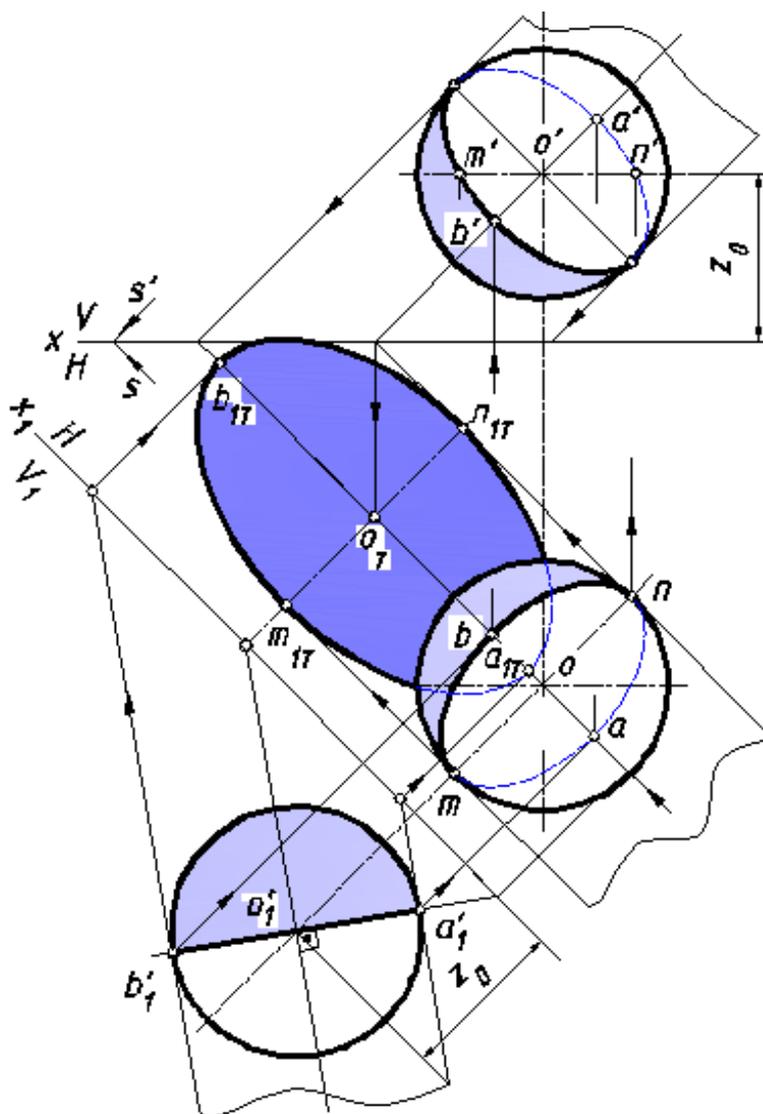


Рис. 36. Построение теней на шаре

Построение падающей тени шара начнем с нахождения тени точки O (o, o') (центра шара) – точки o_T . Искомая тень на плоскости V_1 отобразится прямолинейным отрезком, равным большой оси искомого эллипса.

Размер малой оси эллипса $[m_{IT} n_{IT}]$ равен диаметру шара. Нахождение случайных точек очертания контура выполняется следующим образом:

На построенном контуре собственной тени берется произвольная точка и определяется ее падающая тень. По множеству найденных падающих теней случайных точек завершаем построение эллипса (нахождение случайных точек на чертеже не показаны для удобства восприятия изображений).

На рис. 37 показан другой способ нахождения теней шара. Как отмечалось выше, контурами собственных теней шара являются эллипсы. Большие оси этих эллипсов – отрезки $[ab]$ и $[c'd']$ равны диаметру шара.

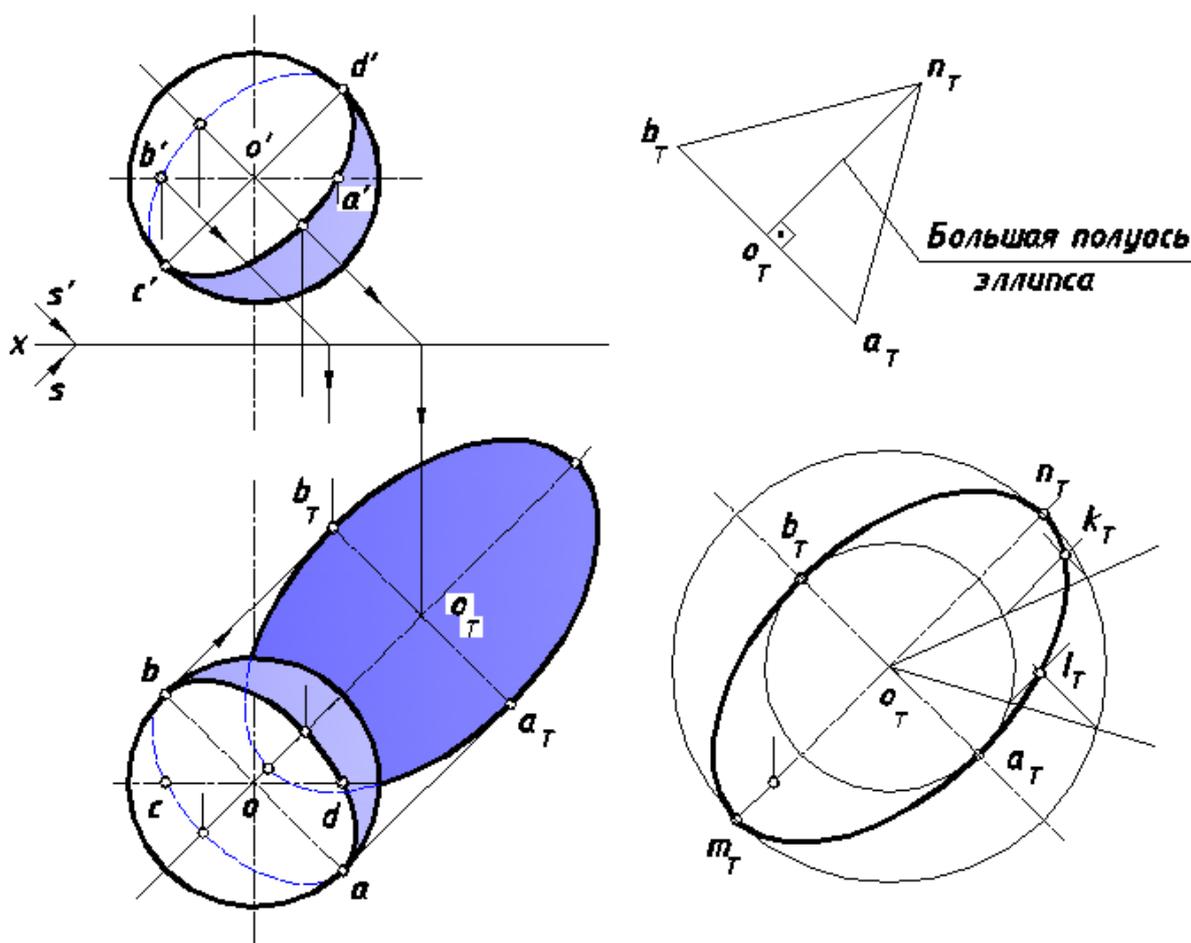


Рис. 37. Второй способ нахождения теней шара

Точки $A(a, a')$ и $B(b, b')$ расположены на экваторе сферы, а $C(c, c')$ и $D(d, d')$ на главном меридиане, плоскость которого параллельна V . Учитывая симметрию эллипса относительно его большой и малой осей, можно

получить точки, симметричные точкам c и d , и a' и b' на соответствующих проекциях. После этого по восьми полученным точкам выполнить очертание эллипсов с учетом видимости.

Построение падающей тени шара, как и в предыдущем случае, начинаем с нахождения точки o_T . Малая ось эллипса, представляющего собой падающую тень, равна отрезку $[a_T b_T]$. Большая полуось – высоте правильного треугольника, построенного на отрезке $[a_T b_T]$. Определив точку n_T , строим точку, ей симметричную относительно оси $[a_T b_T]$. По большой и малой оси можно построить эллипс различными способами (их около шестисот!), один из которых показан на рис. 37 в правом нижнем углу – способ родственного соответствия. Ввиду того, что этот раздел не изучается студентами в курсе начертательной геометрии, приведем только порядок нахождения случайных точек искомого эллипса.

С центром в точке o_T построим две окружности, диаметры которых равны большой и малой осям эллипса. Затем через точку o_T проведем какой-либо луч и отметим точки его пересечения с каждой окружностью.

Из полученных точек проведем прямые, параллельные большой и малой осям и на их пересечении зафиксируем одну из искомым точек эллипса.

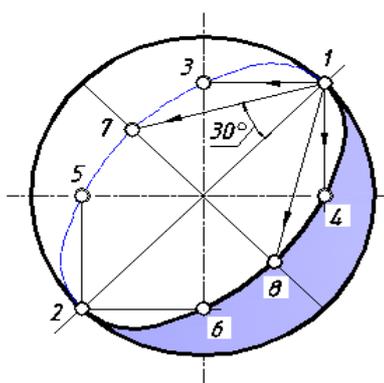


Рис. 38. Построение собственной тени шара по 8-ми точкам

На рисунке ниже показано построение одной из таких точек – точки l_T . Остальные точки определяются аналогично и соединяются плавной кривой.

В том случае, когда требуется определить собственную тень шара на одном изображении, можно воспользоваться приемом, показанным на рис.

Точки 1, 2, ..., 8 указывают на последовательность нахождения восьми точек искомого эллипса. Аналитическое обоснование этому приему существует, но в данной работе не приводится.

Рассмотрим некоторые задачи, связанные с построением теней на поверхности шара.

Задача 1

Определить тень точки A на поверхности шара (рис. 39).

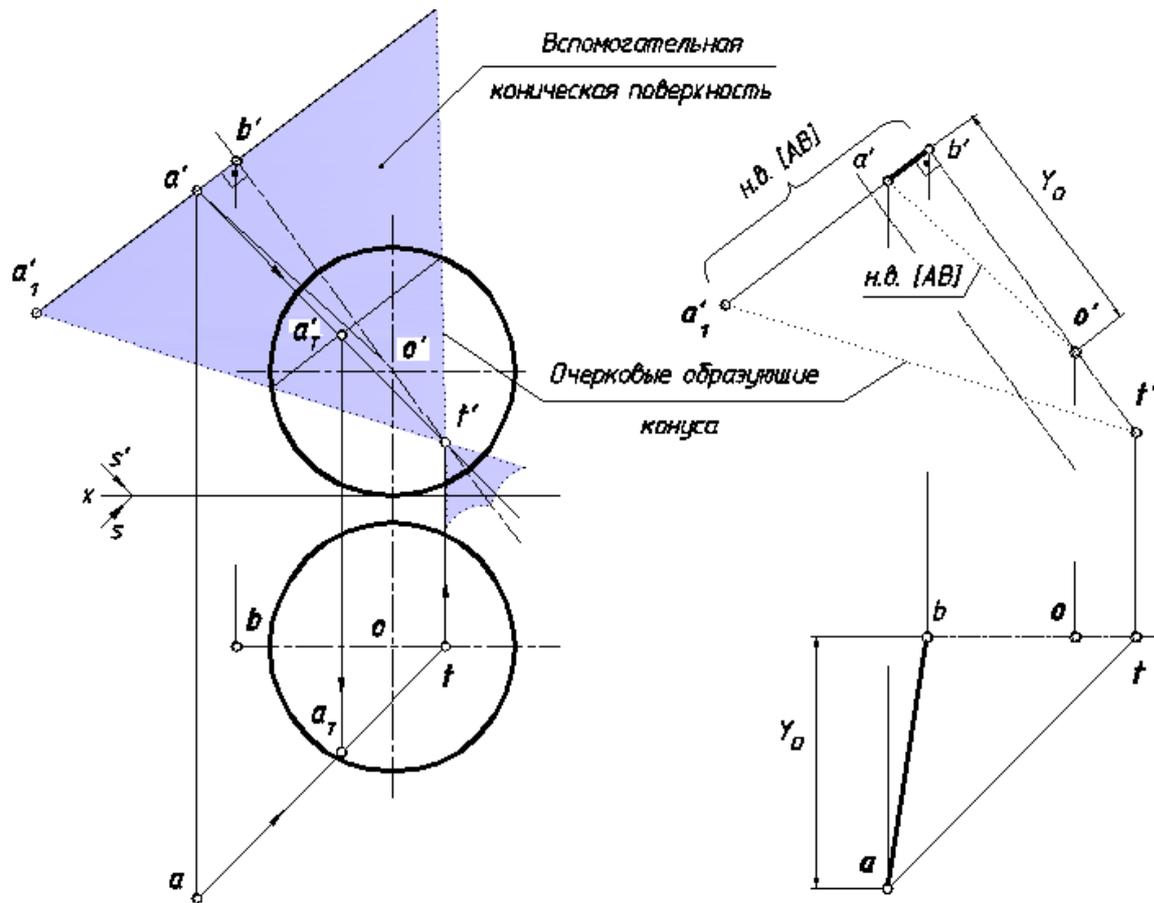


Рис. 39. Решение задачи 1

Решение данной задачи сводится к нахождению точки пересечения светового луча, проведенного через точку A , с поверхностью шара.

Поскольку в задаче не ставится вопрос о нахождении собственных и падающих теней шара, то достаточно определить только точки пересечения светового луча с поверхностью шара.

Задачи такого рода решаются по известному алгоритму:

1. луч заключается в какую-либо плоскость (или поверхность);
2. строится линия пересечения данной поверхности с проведенной плоскостью (или поверхностью) – фигура сечения;
3. определяются искомые точки пересечения луча с построенной фигурой сечения.

Поскольку луч занимает в пространстве общее положение, авторы учебников по начертательной геометрии обычно рекомендуют применять в этом случае преобразование чертежа (например, метод замены плоскостей проекций), для того чтобы луч или прямая линия заняли в пространстве частное положение, поскольку только в этом случае можно получить точное решение задачи.

Заметим, что преобразованные чертежи имеют большие достоинства: они легко читаются, их применение позволяет избежать построения лемкальных кривых по множеству точек и получить точное решение задачи. Но, к сожалению, преобразованные чертежи занимают большую площадь на поле листа бумаги и потому являются довольно громоздкими.

Известно, что любую задачу по начертательной геометрии можно решить, не прибегая к преобразованию чертежа. Покажем, как в данной задаче обойтись без последнего и в то же время получить точное решение.

Воспользуемся приведенным выше алгоритмом нахождения точки пересечения прямой линии с поверхностью:

1. заключим световой луч, проходящий через точку A , в коническую поверхность вращения, соосную со сферой. За вершину этой поверхности примем точку $T(t, t')$, лежащую в плоскости главного меридиана сферы. Ось конической поверхности определится парой точек $O(o, o')$ и $T(t, t')$.

Для построения главного меридиана конической поверхности, параллельного плоскости V , применим способ прямоугольного треугольника (рис. 40), который реализован на графическом условии данной задачи, а необходимые пояснения к нему приведены на этом же рисунке справа.

После построения очертания конической поверхности перейдем к выполнению второго пункта алгоритма:

2. найдем линию пересечения данной сферы с проведенной вспомогательной поверхностью;

Обе поверхности соосны по построению, поэтому согласно лемме о пересечении соосных поверхностей они пересекутся по окружностям столько раз, сколько раз пересекутся их главные полумеридианы. В данном случае пересечение произошло по двум окружностям, которые на фронтальной проекции отобразились отрезками прямых линий (на рис. 39 показана только одна из них, которая задействована в задаче).

3. Определяем искомые точки пересечения светового луча, принадлежащего конической поверхности, с построенными фигурами сечения (окружностями).

На эюре зафиксирована только одна точка a_T' , поскольку она является действительной тенью точки A на фронтальной проекции. Горизонтальную проекцию a_T определим с помощью линии связи на горизонтальной проекции луча, пользуясь свойством принадлежности.

З а д а ч а 2

Построить тень отрезка $[AB]$ на поверхности шара (рис. 40).

Наличие собственной тени для решения поставленной задачи необходимо. Способ ее нахождения изложен ранее. Применять способ обратных лучей для этой задачи нерационально, поскольку по условию не требуется определение падающих теней шара.

Подойдем к решению задачи следующим образом. Из аналитической геометрии известно, что любая плоскость пересекает сферу по окружности. Лучевая плоскость, проходящая через отрезок $[AB]$ – горизонтально-проецирующая, поэтому пересекает сферу по окружности, которая на горизонтальной проекции отобразится отрезком прямой [12].

Поскольку окружность одновременно принадлежит лучевой плоскости

и данной сфере, ее фронтальная проекция (представляющая собой эллипс) может быть построена по точкам, исходя из условия их принадлежности поверхности сферы. Точке обеспечивается принадлежность сфере с помощью параллели, заведомо на ней лежащей. Горизонтальная проекция параллели отобразится окружностью, фронтальная – отрезком прямой, на котором определяется фронтальная проекция точки. На рис. 40 показаны построения всех характерных точек кривой линии и нескольких случайных, затем все точки соединены плавной кривой.

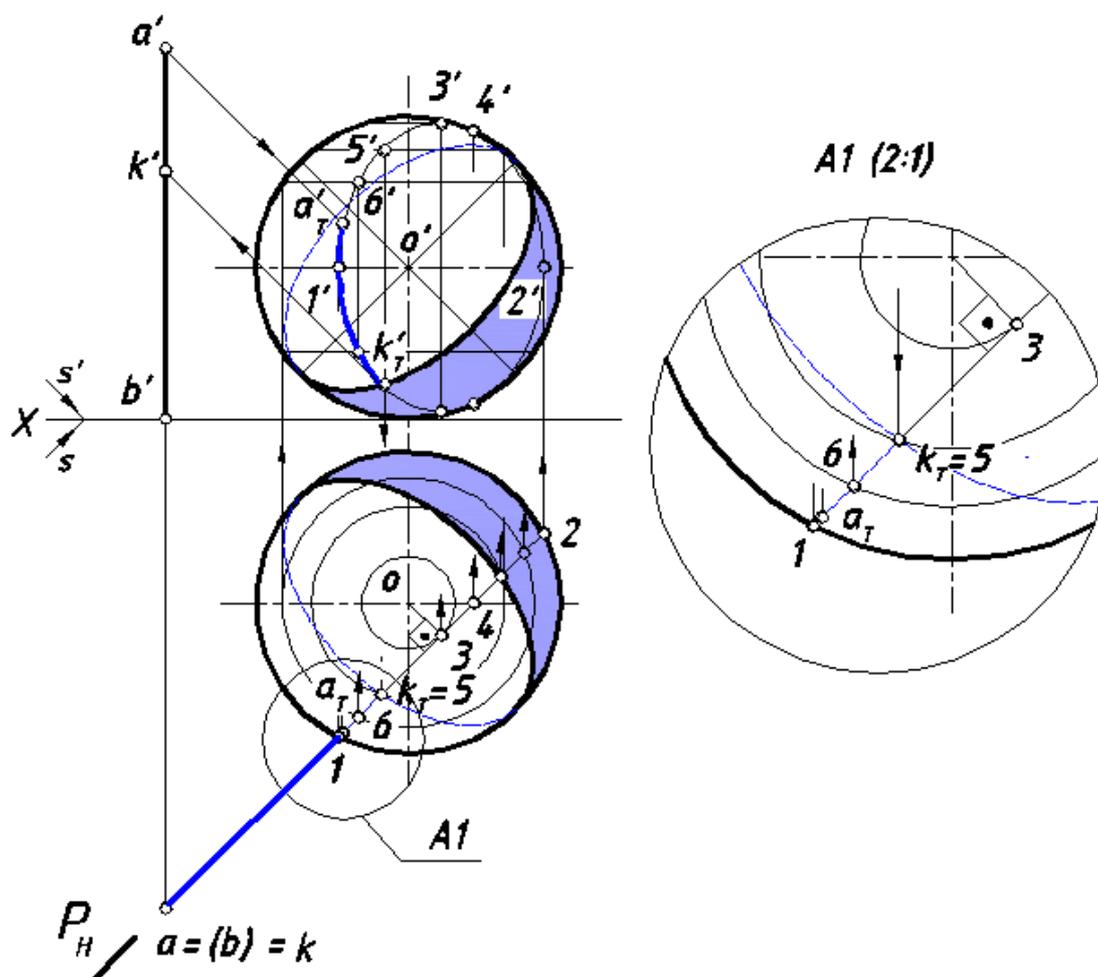


Рис. 40. Нахождение тени отрезка $[AB]$ на поверхности шара

Точка пересечения светового луча с построенным по точкам эллипсом является действительной тенью точки A на поверхности шара, от которой идет дальнейшее отбрасывание тени отрезка $[AB]$ вплоть до точки

$K(k, k')$, построенной на этом отрезке способом обратного луча, после того как на фронтальной проекции определена точка k_T' пересечением контура собственной тени с дугой эллипса. Отрезок $[KB]$ частично отбрасывает тень на поверхность шара в области его собственной тени и на землю (плоскость H) в виде горизонтального следа лучевой плоскости.

6.2.4. Тень произвольного тела вращения

Пусть требуется построить собственные и падающие тени тела вращения с криволинейными образующими.

На рис. 41 изображено тело вращения, состоящее из эллипсоида, плавно переходящего в торовую поверхность.

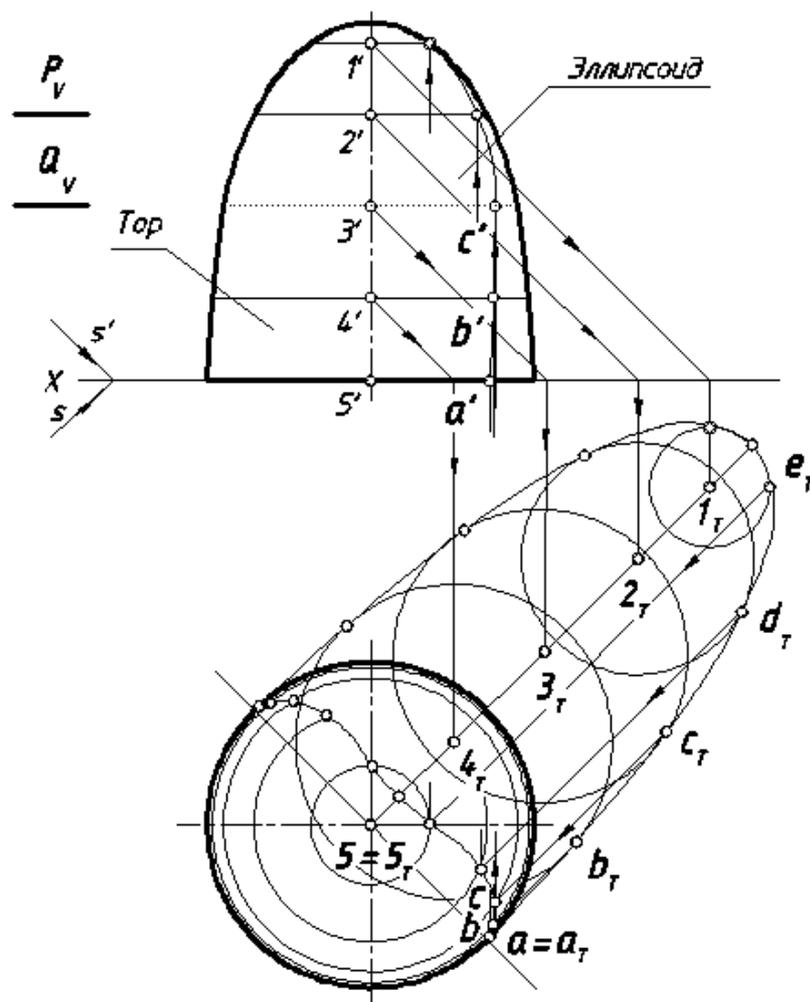


Рис. 41. Построение теней произвольного тела вращения

Поскольку образующими данных поверхностей являются кривые линии определение контура собственной тени более сложная задача по сравнению с предыдущими случаями. Поступим следующим образом.

Проведем на поверхности данного комплексного тела множество параллелей, плоскости которых параллельны плоскости H (две такие случайные плоскости P и Q отмечены на чертеже). Построим их падающие тени, которые будут представлять собой множество окружностей. Огибающая этих окружностей – контур падающей тени. В данном случае очертание контура может быть построено только приближенно. Отметим точки касания полученного контура с падающими тенями параллелей $a_T, b_T, \dots e_T$. С помощью обратных лучей восстановим точки на поверхности данного тела, которые отбросили эти тени. Соединив их одноименные горизонтальные и фронтальные проекции, получим очертание контура собственной тени. На рис. 42 представлен результат решения задачи.

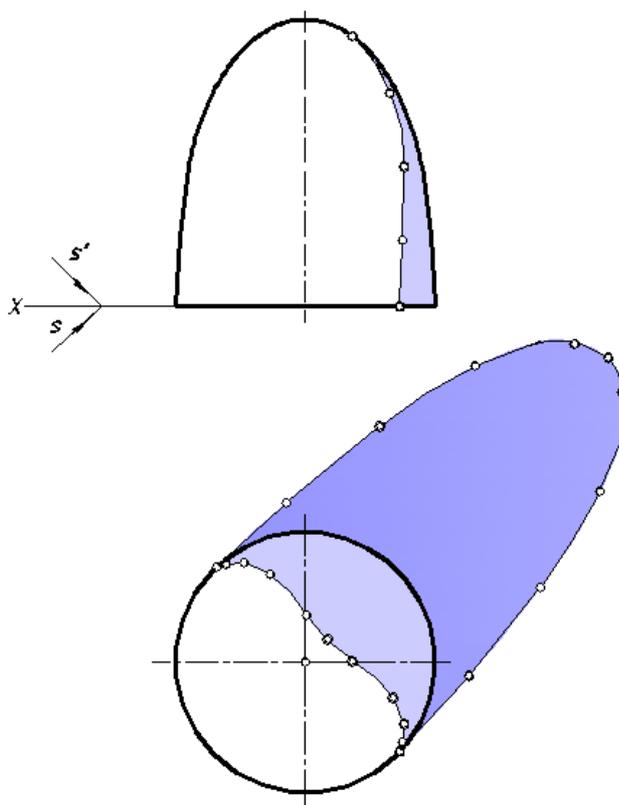


Рис. 42. Собственные и падающие тени комплексной поверхности вращения

В некоторых случаях возникает необходимость показать только одно изображение некоторых тел вращения с собственными тенями. Покажем, как это выполнить на примерах конуса, цилиндра и шара, оси которых вертикальны.

Пристроим к фронтальной проекции конуса полуокружность. Через точку 1 проведем прямую, параллельную левой очерковой образующей конуса до пересечения с горизонтальным диаметром в точке 2 . Через точку 2 проведем две прямые под углами 45° и -45° до пересечения с полуокружностью и отметим на ней точки 3 и 5 . Из построенных точек опустим перпендикуляры на горизонтальный диаметр, на котором зафиксируем точки 4 и 6 . Соединив последние с точкой s' с учетом видимости, получим границу собственной тени конуса на фронтальной проекции (рис. 43, *а*).

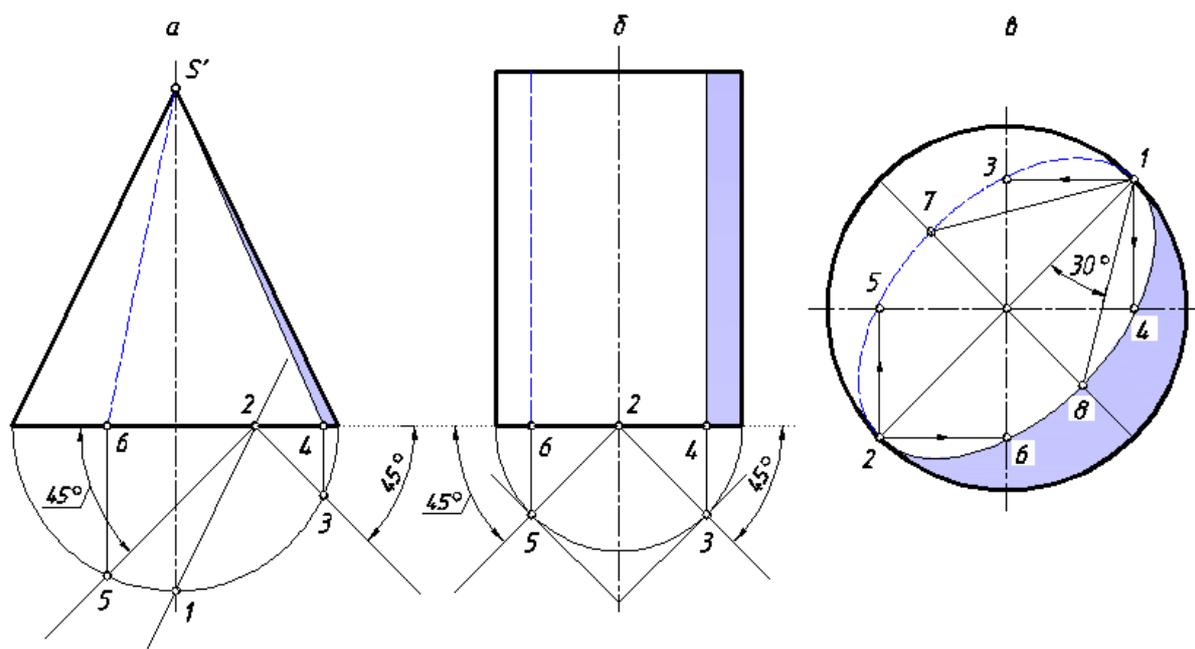


Рис. 43. Собственные тени на телах вращения

Аналогичным образом строятся собственные тени на цилиндре. Поскольку его образующие имеют общую несобственную точку, то точка 2 совпадает с центром окружности (рис. 43, *б*).

На поверхности шара контуром собственной тени является окружность, отображенная на проекции эллипсом, построенная по восьми точкам (рис. 43, в).

7. Тени фрагментов зданий

7.1. Тени в нишах

Напомним, что для построения контура падающей тени оригинала является контур его собственной тени (иногда достаточно определить только элементы контура).

Рассмотрим тени в нишах различной конфигурации. На рис. 44, *a* изображена прямоугольная ниша. Проведем анализ освещенных и неосвещенных фрагментов ниши и стены. При заданном направлении светового потока стена здания освещена, левая грань – в тени, следовательно, ребро $[AB]$ (*столб*) является частью контура собственной тени и от него следует строить тень падающую.

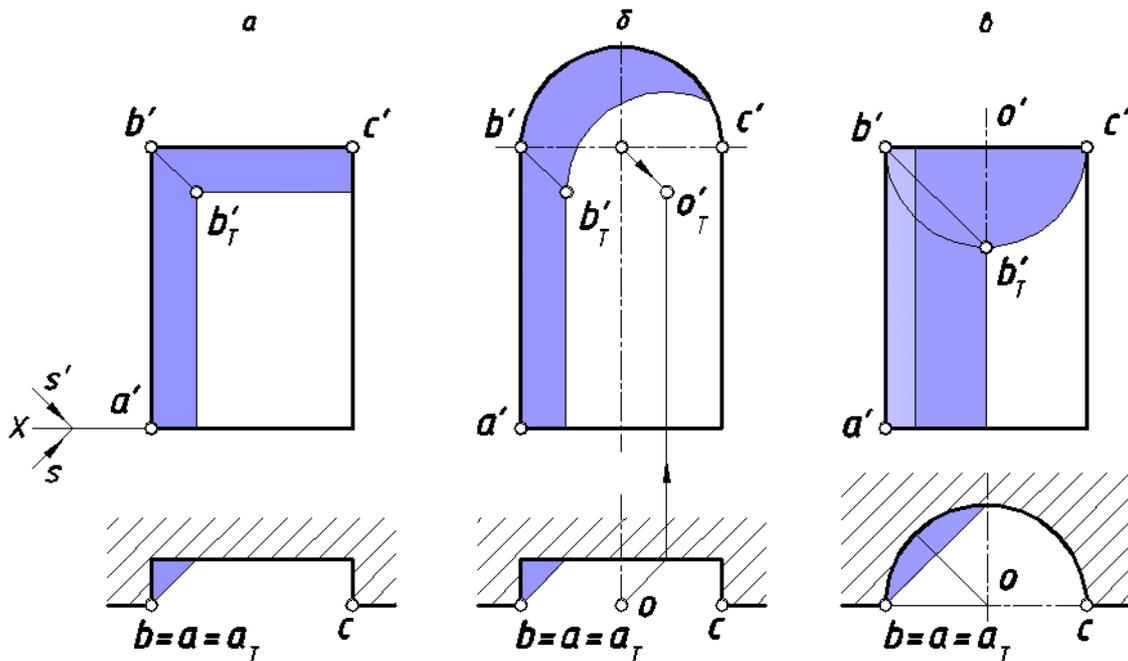


Рис. 44. Тени в нишах: *a* – ниша прямоугольной формы; *б* – ниша с плоской задней стенкой и цилиндрическим потолком; *в* – ниша с задней цилиндрической стенкой и плоским потолком

Поскольку отрезок $[AB]$ параллелен задней стенке ниши, то согласно выводу, приведенному ранее, падающая тень отрезка $[AB]$ равна и параллельна этому отрезку.

На фронтальной проекции ниши будет видна только реальная часть этой тени. На нижнюю грань ниши (подоконник) отрезок $[AB]$ отбрасывает тень в виде следа лучевой горизонтально-проецирующей плоскости, проходящего через точку A .

Стена здания и верхняя грань ниши пересекаются по отрезку $[BC]$. Поскольку эта грань находится в тени, ребро $[BC]$ лежит на границе света и тени, следовательно, оно входит в часть контура собственной тени, от которого построим тень падающую.

Ребро $[BC]$, как и ребро $[AB]$, параллельно задней стенке ниши, поэтому его падающая тень также равна и параллельна этому отрезку.

У ниши, изображенной на рис. 45, б, в контур собственной тени входит отрезок $[AB]$ и дуга полуокружности, параллельные задней стенке ниши, поэтому падающая тень на эту стенку идентична фигуре контура.

У третьей ниши в контур собственной тени входит отрезок $[AB]$ и $[BC]$, т.к. по нему пересекается освещенная стена и потолок ниши, находящийся в тени. Кроме того, в собственной тени оказывается часть цилиндрического отсека, выделенная на чертеже более бледным тоном. Лучевая плоскость, проходящая через ребро $[AB]$, пересекает подоконник так же, как в двух предыдущих случаях, а цилиндрическую стенку ниши по горизонтально-проецирующей прямой, поскольку оно параллельно образующим цилиндра. Лучевая плоскость, проходящая через ребро $[BC]$, равно наклонена к плоскостям проекций H и V . Поскольку это ребро перпендикулярно плоскости W – лучевая плоскость – профильно-проецирующая, поэтому она пересекает цилиндрическую поверхность по эллипсу, который отображается на горизонтальной и фронтальной проекциях окружностями (точнее – одинаковыми симметричными дугами окружностей).

7.2. Тень козырька

На рис. 45 над прямоугольной нишей в стене изображен козырек. Построение тени в нише было рассмотрено ранее. Проведем анализ освещенности граней козырька для определения его контура собственной тени. При заданном направлении S освещены верхняя, передняя и левая боковая грань козырька, остальные грани (в том числе и грань, примыкающая к стене) находятся в тени, следовательно, ребра $[ME]$, $[ED]$, $[DC]$, $[CB]$, $[BA]$ и $[AM]$, входят в состав контура собственной тени козырька.

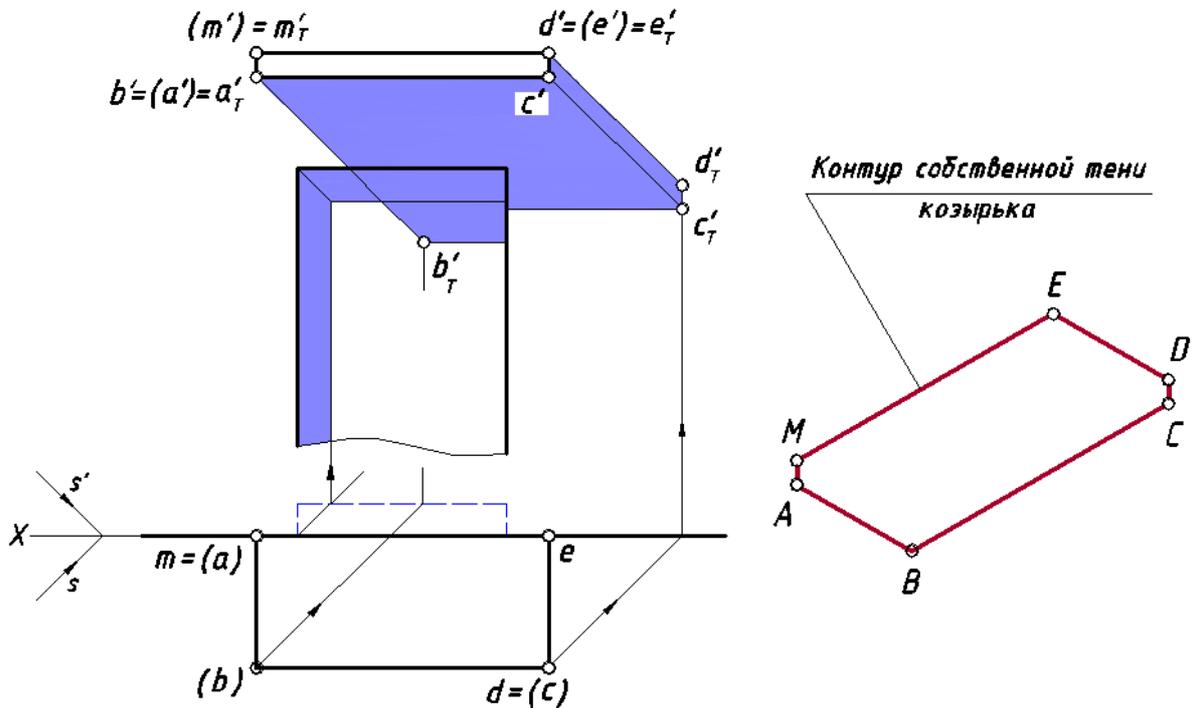


Рис. 45. Тень козырька

На этом же рисунке справа дано наглядное изображение контура собственной тени, по которому легко ориентироваться при нахождении падающих теней.

Построим от этого контура падающую тень. Ребро $[ME]$ принадлежит стене, поэтому его тенью является отрезок $[m'_T e'_T]$. Ребро $[ED]$ по отношению к стене является *гвоздем*. Падающая тень гвоздя представляет собой след лучевой фронтально-проецирующей плоскости, определяемый точками e'_T и d'_T .

Для получения точки d_T' через точку D в пространстве проводим луч, параллельный направлению S , а на эюре отображаем его проекции. Точка пересечения проведенного луча со стеной – падающая тень точки D .

Ребро $[DC]$ параллельно стене, поэтому отбрасывает на него тень в виде равного ему и параллельного отрезка $[d_T'c_T']$. Следующее ребро $[CB]$ также параллельно стене здания, поэтому $[b'c'] \parallel [b_T'c_T']$. Поскольку ребро $[BA]$ *гвоздь* по отношению к стене, а $[BA] \parallel [ED]$, то их падающие тени также параллельны между собой $[a_T'b_T'] \parallel [e_T'd_T']$. Заметим, что луч, проведенный через точку B , пересекает заднюю стену ниши в точке b_T' , поэтому часть ребер $[CB]$ и $[BA]$ отбрасывают тени на нее.

7.3. Тень кронштейна

Пусть дано два изображения кронштейна, у которого требуется найти собственные и падающие тени (рис. 46). Выявим на его поверхности контур собственной тени. Для этого проведем анализ освещенных и неосвещенных поверхностей, ограничивающих кронштейн.

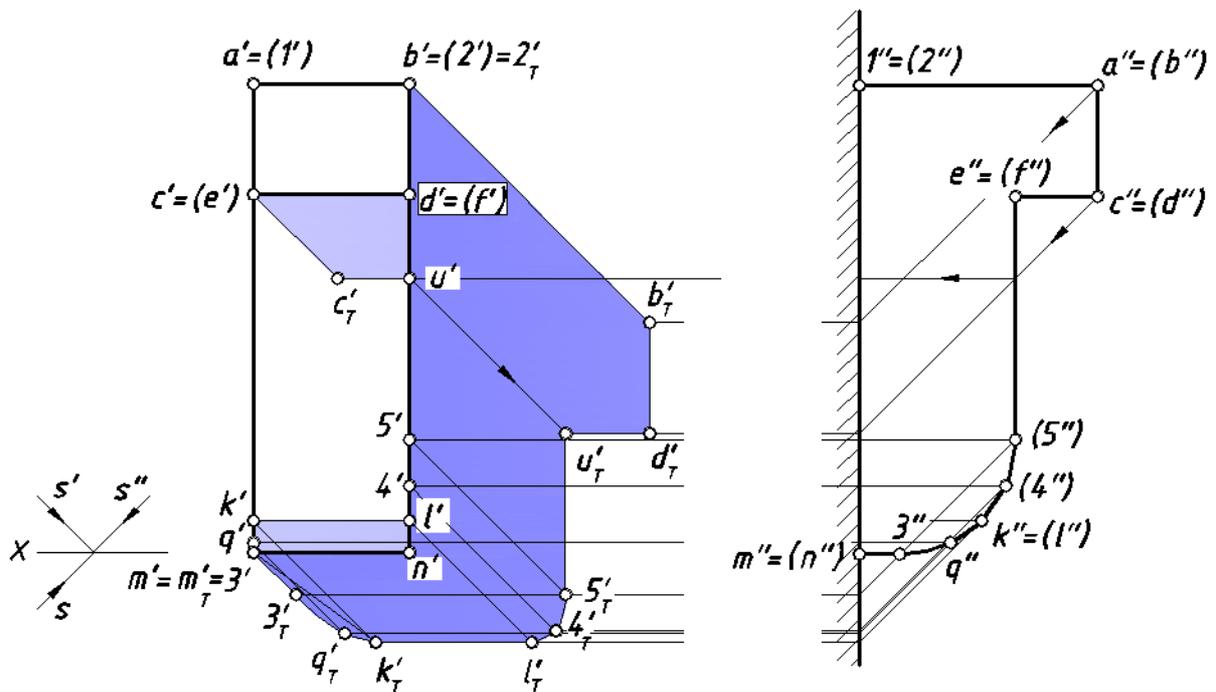


Рис. 46. Построение падающих теней кронштейна

При заданном направлении S освещенными окажутся две передние грани поверхности кронштейна, параллельные плоскости V , ограниченные прямоугольниками $(ABCD)$ и $(KLF E)$; грань, примыкающая к стене, параллельная плоскости H , и левый отсек плоской фигуры, параллельный плоскости W .

Заметим, что при определении контура следует учесть наличие цилиндрической поверхности, часть которой находится в собственной тени и границей света и тени на ней служит отрезок $[KL]$.

Общий контур собственной тени представляет собой пространственную линию и состоит из отрезков прямых и двух дуг окружностей. Наглядное изображение контура показано на рис. 47.

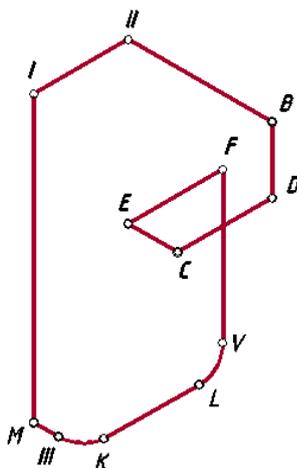


Рис. 47. Наглядное изображение контура собственной тени кронштейна

В этой задаче следует обратить внимание на одну деталь. При определении освещенности отдельных частей поверхности предмета для установления контура собственной тени необходимо иметь в виду такую тонкость, которая в учебной литературе не рассматривается. Заключается она в том, что, устанавливая освещенность плоского отсека, следует давать по этому поводу однозначный ответ (освещена, либо не освещена), поскольку на освещенный участок может упасть тень от фрагмента данного геометриче-

ского объекта. Так, в нашем случае на плоскость прямоугольниками ($KLFE$) падает тень от верхнего фрагмента кронштейна, но она *не влияет* на установление контура собственной тени объекта.

Определив полный контур собственной тени объекта, строим тень падающую.

Рассуждения, которые необходимо провести для построения падающей тени, аналогичны тем, которые приведены в предыдущей задаче.

Заметим, что если объект состоит из большого числа геометрических тел – определение контура собственной тени может оказаться непростой задачей. В таких случаях рекомендуется применять другой прием для решения задачи. Покажем, как это выполнить на примере той же самой задачи. Поступим следующим образом: мысленно разобьем геометрический объект на простые составляющие (рис. 48) – два параллелепипеда и $1/4$ цилиндра, переходящего в призму.

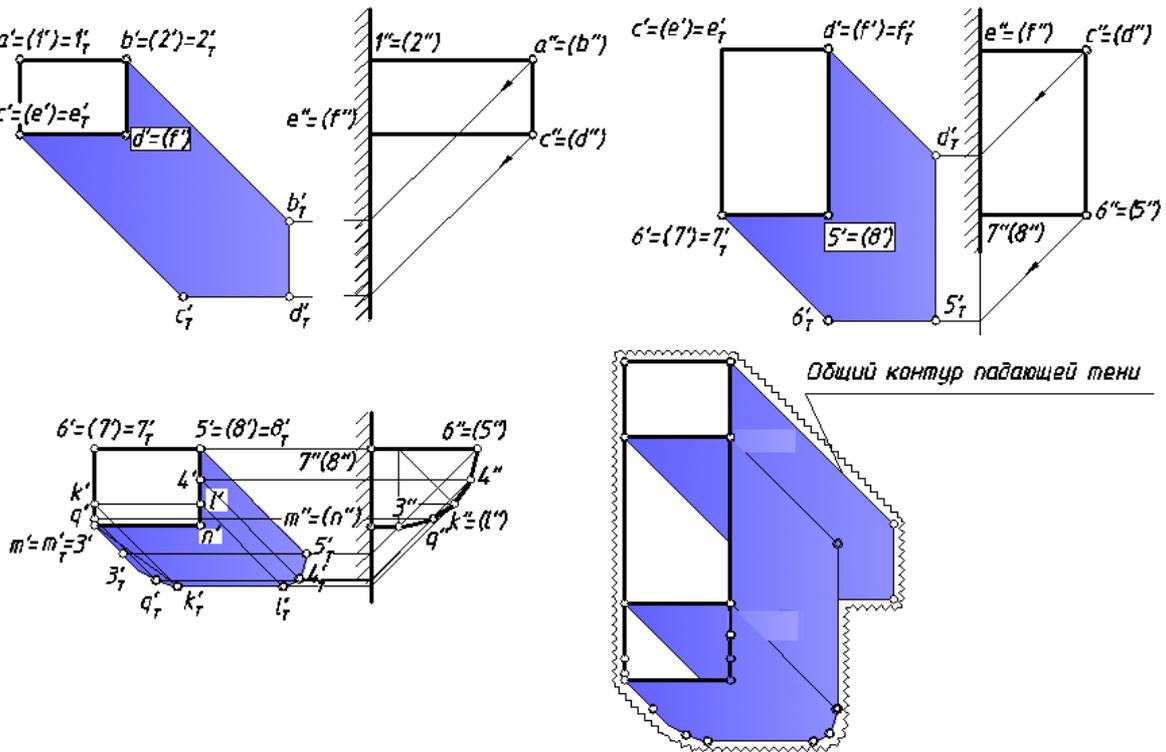


Рис. 48. Построение падающих теней фрагментов кронштейна

Определим контур собственной тени на каждом из этих тел, независимо друг от друга. Построим падающие тени и обведем их общий контур (все эти построения выполним на исходном чертеже). После этого удалим на данном изображении те участки падающей тени, которые находятся за непрозрачным кронштейном, и определим падающую тень от верхнего фрагмента объекта на нижнюю грань, параллельную плоскости V . Результат будет таким же, как на рис. 46.

Падающие тени расчлененного объекта показаны на отдельных изображениях в целях удобства восприятия чертежа.

7.4. Тень от абаки на колонну

На рис. 49 изображена абака, имеющая форму шестигранной плиты, отбрасывающая тень на полуцилиндрическую колонну.

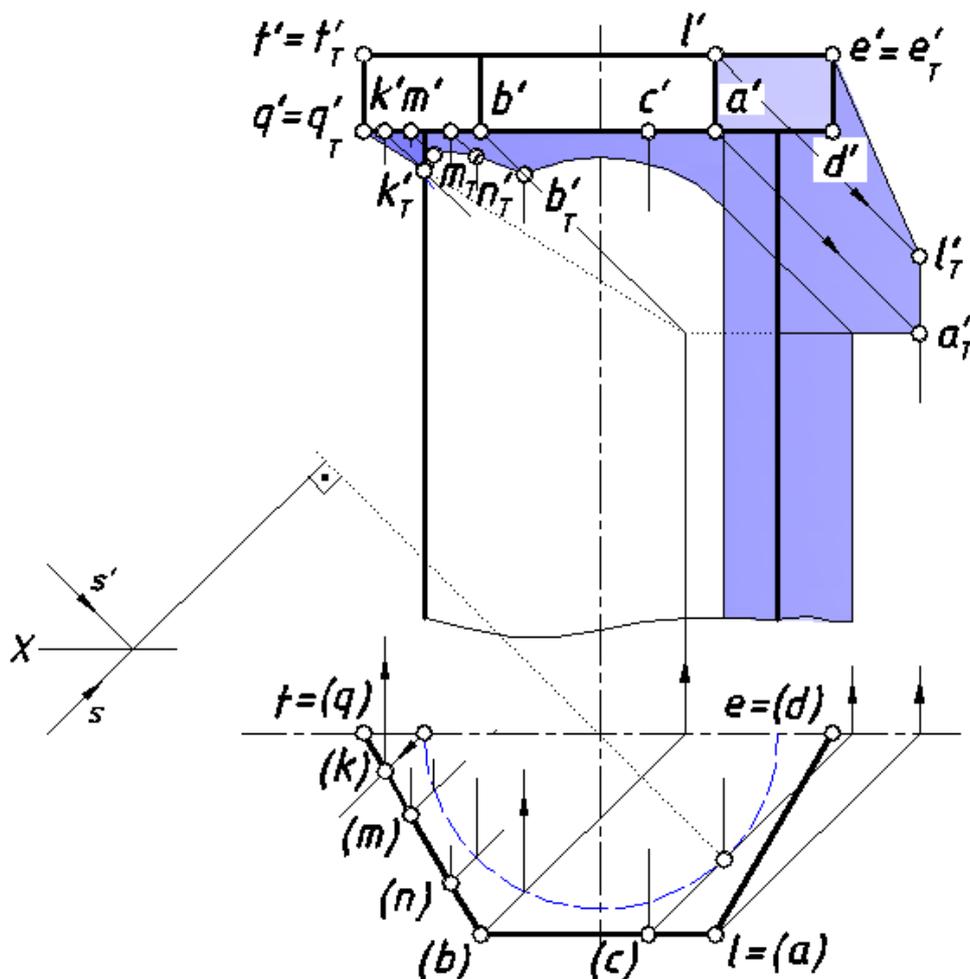


Рис. 49. Собственные и падающие тени абак на колонну

Вначале определим контур собственной тени на шестигранной плите. Проанализируем освещенность ее граней. При заданном направлении S светового потока неосвещенными окажутся правая, нижняя и задняя грани плиты (они будут находиться в собственной тени). Поскольку правая грань видна на фронтальной проекции – выделим ее бледным тоном. Определим контур собственной тени полшестигранника. Ввиду того, что последний примыкает к стене, можно отметить $e' = e_T', f' = f_T'$, и отрезок $[EF]$ входит в состав контура собственной тени, т.к. стена освещена, а задняя грань в тени. Следующим отрезком контура будет $[EL]$, потому что верхняя грань освещена, а правая в тени. Рассуждая аналогично, определяем другие отрезки, входящие в этот контур – это $[LA]$, $[AB]$, $[BQ]$ и $[QF]$. Определение замкнутого контура плиты завершено.

На этом же рисунке показана падающая тень плиты на стену независимо от полуколонны (ее контур, находящийся за непрозрачной колонной, изображен точечными линиями). Заметим, что часть цилиндрической колонны находится в собственной тени (ее построение рассмотрено в предыдущем разделе), которая на чертеже выделена бледным тоном.

Тени ребер $[EL]$ и $[LA]$ по построению полностью оказались на стене, а ребро $[AB]$ частично отбрасывает тень на стену в виде прямой, параллельной ребру, а также на колонну. Лучевая плоскость, проходит через отрезок $[AB]$, перпендикулярный плоскости W , поэтому на основании признак перпендикулярности прямой и плоскости – она является профильно-проецирующей (рис. 50).

На поверхности цилиндра от пересечения с ней образуется эллипс, поскольку плоскость пересекает все его образующие. Кроме того, она равно наклонена к плоскостям проекций H и V , поэтому проекциями этого эллипса будут окружности (или дуги окружностей, т. к. величина ребра ко-

нечна). Горизонтальная проекция окружности совпадает со следом цилиндра на плоскости H . Для нахождения фронтальной проекции окружности определим точку b_T' и проведем через нее дугу, радиус которой равен радиусу цилиндра, а ее центр лежит на оси.

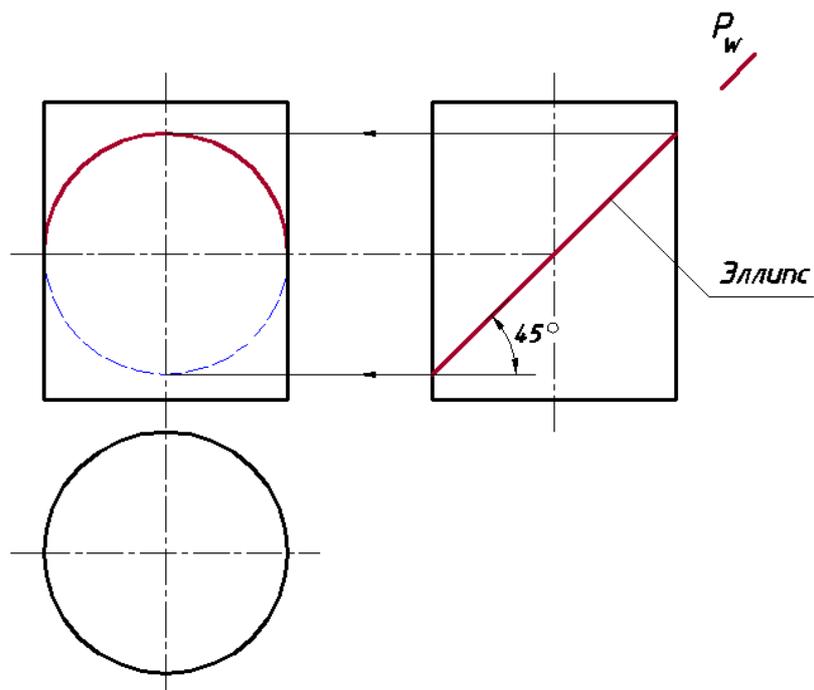


Рис. 50. Сечение цилиндра профильно-проецирующей плоскостью

Отрезок $[BQ]$ также отбрасывает тень на поверхность цилиндра. Через него проходит лучевая плоскость общего положения, которая, пересекая цилиндр, оставляет на нем тень виде дуги эллипса.

Построение этого эллипса выполняем по множеству точек. На отрезке $[BQ]$ берем случайные точки (на рис. 49 это точки $M(m, m')$ и $N(n, n')$). Строим точки пересечения лучей, проходящих через эти точки, с поверхностью цилиндра (падающие тени точек) и соединяем их плавной кривой. С помощью обратного луча определяем точку $K(k, k')$ на отрезке $[BQ]$, которая отбрасывает тень на левую очерковую образующую цилиндра.

Построение падающей тени цилиндра рассматривалось ранее.

7.5. Тени на лестницах

З а д а ч а 1

Построить тени от прямого барьера на лестнице (рис. 51). Вначале рассмотрим построение теней от правого барьера. В собственной тени будут находиться правая, нижняя и задняя грани его грани. Прямой барьер имеет форму параллелепипеда. Определение контура собственной тени такого объекта уже рассматривалось. Тень от правого барьера упадет на землю и стену. Ребро $[KM]$ – столб отбросит тень на землю полностью в виде отрезка $[k_T m_T]$. Ребро $[MN]$ частично отбросит тень на землю до точки, найденной с помощью обратного луча; другая часть ребра отбросит тень на стену.

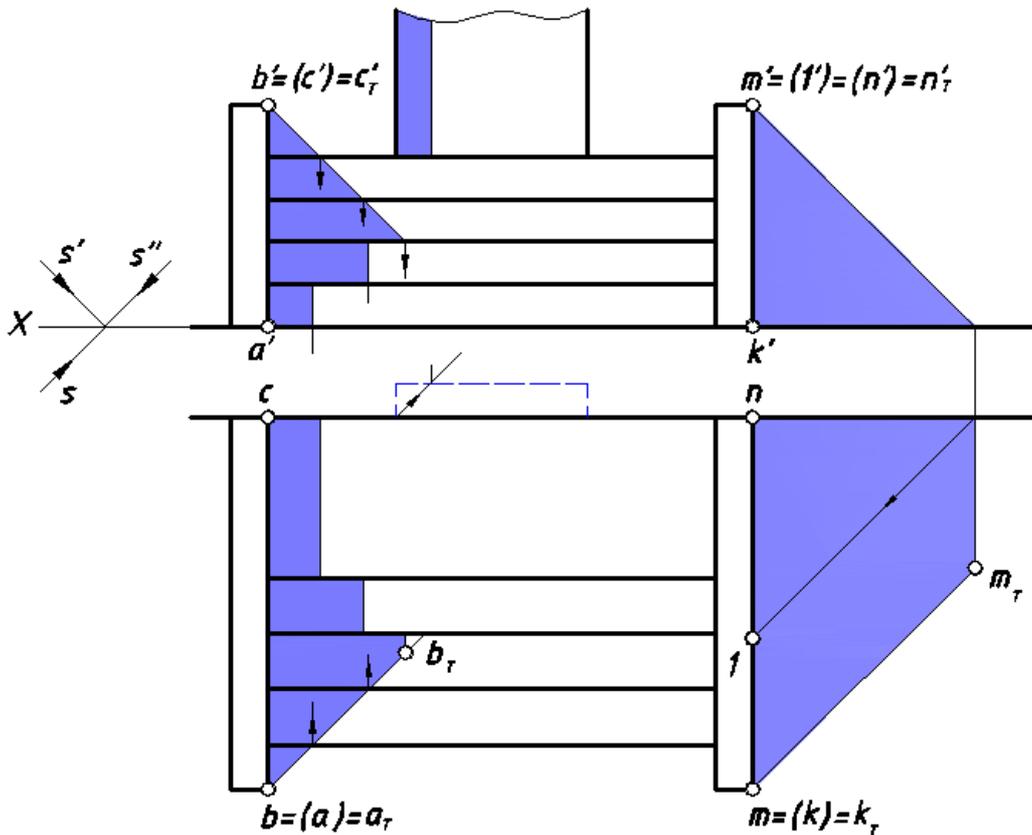


Рис. 51. Тени от прямого барьера на лестнице

У левого барьера в процессе нахождения теней будут участвовать ребра, параллельные рассмотренным ребрам. Тень столба $[AB]$, начиная от точки $a = a_T$, будет представлять собой плоскую ломаную линию. Вначале

Рассмотрим построение падающей тени лестничного марша. Правая грань марша находится в собственной тени, но она является профильной плоскостью уровня, отображается на обеих проекциях отрезками прямых линий, поэтому на чертеже ее тени не видно.

Поскольку все ступени и подступенки освещены – в контур собственной тени будут входить ребра, представляющие профиль марша, и только от них следует строить падающие тени, потому что другие ребра, входящие в состав контура собственной тени, расположены на стене и земле, и их падающие тени совпадают с самими ребрами. Тени от параллельных ребер также параллельны и представляют собой падающие тени либо *столбов*, либо *гвоздей*.

У наклонного барьера при заданном направлении светового потока неосвещенными окажутся правая грань и грани, примыкающие к стене и земле. В состав контура собственной тени входят ребра $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ и те ребра, которые совпадают со своими падающими тенями. Последние не участвуют в процессе определения теней.

Построим падающую тень *столба* $[AB]$. Вначале она идет по земле, затем по подступенку, на котором тень параллельна ребру. Далее тень оканчивается на первой ступеньке. Поскольку плоскость ступени параллельна земле тени на них параллельны друг другу. По построению тень верхней точки ребра $[AB]$ попадает на первую ступень – точка b_T .

Определим тень ребра – *гвоздя* $[CD]$. Поскольку точка $D(d, d')$ находится на стене точка $d' = d_T'$. Тень этого отрезка на стене (до точки l) и подступенке – след лучевой фронтально-проецирующей плоскости, идущий под углом 45° к оси X . Конечная точка $C(c, c')$ этого ребра отбросила тень на верхний подступенок. Это точка c_T' .

Тени ребра $[CD]$ на стене и верхнем подступенке параллельны, поскольку параллельны их плоскости.

Через наклонное ребро $[BC]$ проходит лучевая плоскость общего по-

ложения. Определим мнимую тень точки C (c, c') на первой ступеньке. Проведем через эту точку луч и отметим точку пересечения $c_{1T(\phi)}$. Затем соединим точки b_T и $c_{1T(\phi)}$ и отметим точку 3_T на линии пересечения первой ступеньки и второго подступенка. На фронтальной проекции этой линии определим точку $3_T'$. Действительной частью тени отрезка $[BC]$ на первой ступеньке будет отрезок $[b_T 3_T]$.

Определим мнимую тень точки C (c, c') на второй ступеньке – точку $c_{2T(\phi)}$. Тени, отбрасываемые ребром $[BC]$ на параллельные ступени, будут параллельны между собой на основании свойства параллельных проекций. Поэтому через точку $c_{2T(\phi)}$ следует провести прямую, параллельную отрезку $[b_T 3_T]$, зафиксировать точки 4_T и $4_T'$ и отметить реальную часть тени ребра $[BC]$ на второй ступеньке – отрезок $[4_T 5_T]$.

Построим точку $5_T'$. Соединив ее с точкой $3_T'$, получим действительную тень ребра $[BC]$ на втором подступенке.

На подступенках, как на параллельных плоскостях, тени отрезка $[BC]$ также будут параллельны. Поэтому для определения тени на третьем подступенке проведем через точку $4_T'$ прямую, параллельную отрезку $[3_T' 5_T']$. На этой прямой окажется действительная тень точки C по построению.

Точки $1, 2$ и 3 , найденные с помощью обратных лучей, позволяют определить, какие части ребер $[AB]$, $[BC]$ и $[CD]$ отбросили свои тени на конкретные фрагменты лестницы.

7.6. Тень трубы

З а д а ч а 1

Построить тени труб на крыше здания (рис. 53). Вначале определим тень нижней трубы и контур ее собственной тени. При заданном направлении S светового потока неосвещенными окажутся правая, нижняя и задняя грани трубы. Потому ее контур собственной тени будет представлять пространственную линию, состоящую из цепочки ребер $[KL] - [LM] - [MN] -$

[*NU*], переднего нижнего ребра и левого ребра, совпадающего с плоскостью крыши (последние ребра не обозначены на чертеже).

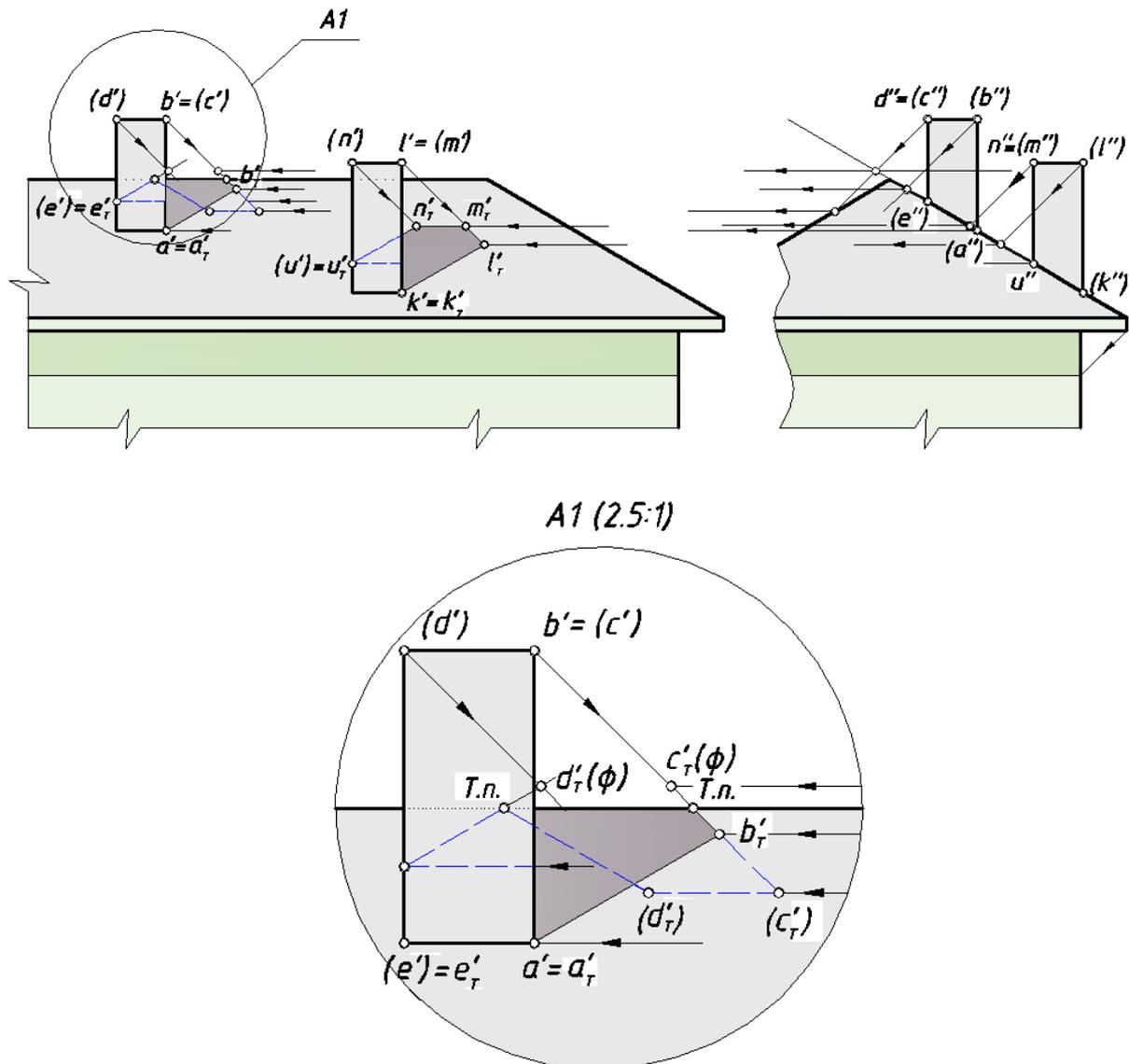


Рис. 53. Тени труб на крыше фасада здания

Заметим, что тень этой трубы падает на ту часть крыши, которая является профильно-проецирующей плоскостью, поэтому на профильной проекции тень располагается на ее следе. Найдем тень ребра [*KL*]. Поскольку точка *K* (k, k') расположена на крыше, можно отметить, что $k' = k'_T$. Для нахождения следа лучевой плоскости, проходящей через это ребро, определим тень верхней точки *столба* (точки *L* (l, l')). Проведем через эту точку

луч и отметим точку его пересечения с профильно-проецирующей плоскостью – точку l'_T . Соединив точки k'_T и l'_T , завершим построение тени. Рассуждая аналогичным образом, найдем падающие тени остальных ребер, входящих в состав контура собственной тени. Считая трубу непрозрачной, покажем в учебных целях часть контура падающей тени штриховой линией. Тень верхней трубы падает на два плоских участка крыши, что следует из профильной проекции. Контур собственной тени верхней трубы будет идентичен контуру нижней трубы. При нахождении падающей тени на верхнем ребре крыши необходимо построить точку преломления, определив предварительно мнимую тень $c'_{T(\phi)}$. Остальные моменты построения хорошо видны на выносном элементе рисунка.

Задача 2

Построить тень трубы на крыше здания (рис. 54).

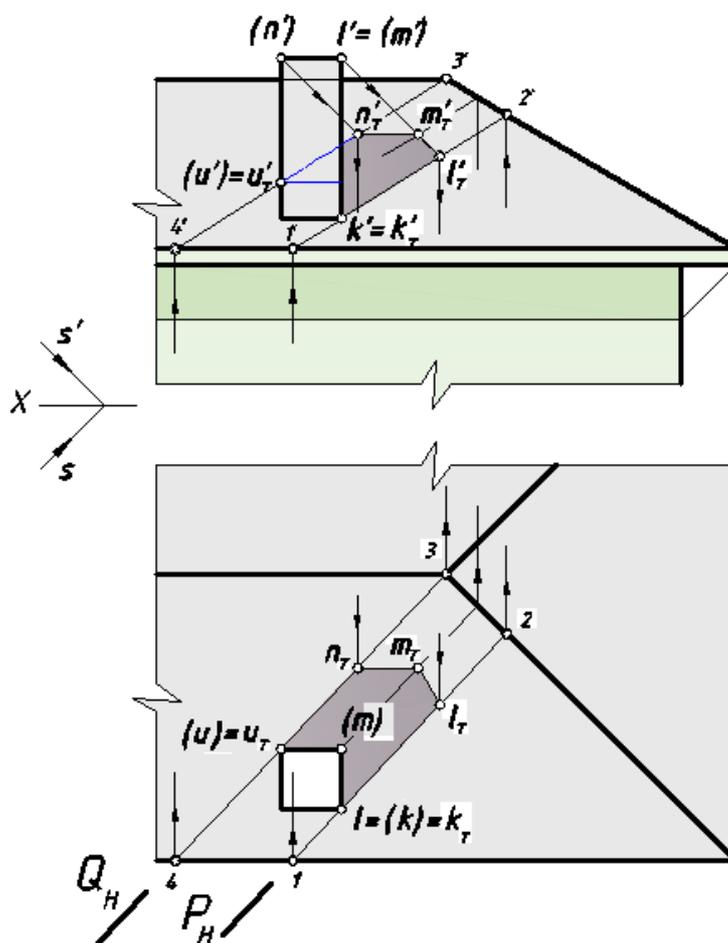


Рис. 54. Тень трубы на фасаде и крыше

На рис. 53 представлена та же самая труба и крыша (только в двух других проекциях) поэтому результат решения задачи будет тем же самым.

В графическом условии данной задачи отсутствует профильная проекция, поэтому в этом случае целесообразно использовать способ секущих плоскостей.

Поскольку контур собственной тени трубы выявлен в предыдущей задаче, можно приступить к нахождению падающей тени. Для определения тени ребра $[KL]$ заключим его в горизонтально-проецирующую плоскость P (след P_H), параллельную направлению S . Эта плоскость пересечет скат крыши по прямой $(I2, I'2')$. Луч, проходящий через точку L , расположен в этой же плоскости, поэтому пересечет построенную линию в точке (l_T, l_T') , которая будет ее падающей тенью. Соединив одноименные проекции точек k_T и l_T , а также k'_T и l'_T получим две проекции тени ребра $[KL]$ на скате крыши. Через другие вертикальные ребра проводим плоскости, параллельные P , и, рассуждая аналогичным образом, определяем очертание падающей тени трубы на обеих проекциях.

7.7. Тень от одного фрагмента здания на другой

Построение тени козырька на стену здания и в нишах было рассмотрено ранее. В случае, приведенном на рис. 55, нижнее ребро козырька отбрасывает тень на окно. Поскольку задние грани ниш и стена параллельны, то параллельны и их тени. Следует отметить, что глубины двух ниш одинаковы, поэтому их тени находятся на одном уровне.

На рис. 56 тень выступа здания отбрасывает тень на стену и окно. Контуры падающей тени на этих фрагментах одинаковы, т.к. они параллельны между собой и смещены относительно друг друга вглубь ниши в направлении S (мнимая тень на стене в области окна показана точечной линией).

Частично тень выступа здания оказалась на земле. Ребро выступа, па-

параллельное ей, отбрасывает тень в виде параллельного отрезка. Тени вертикальных его ребер представляют собой следы лучевых плоскостей, расположенных под углом 45° к оси X .

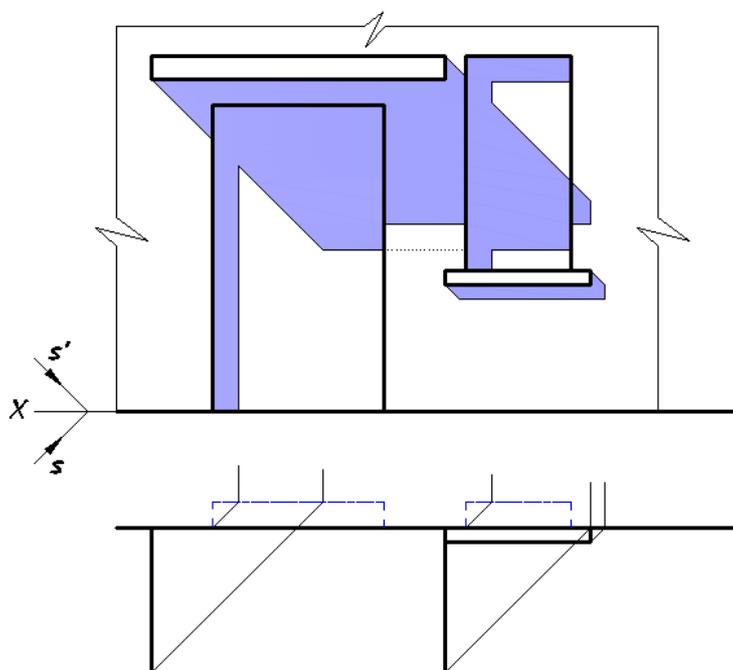


Рис. 55. Тень козырька на стене и в двух нишах

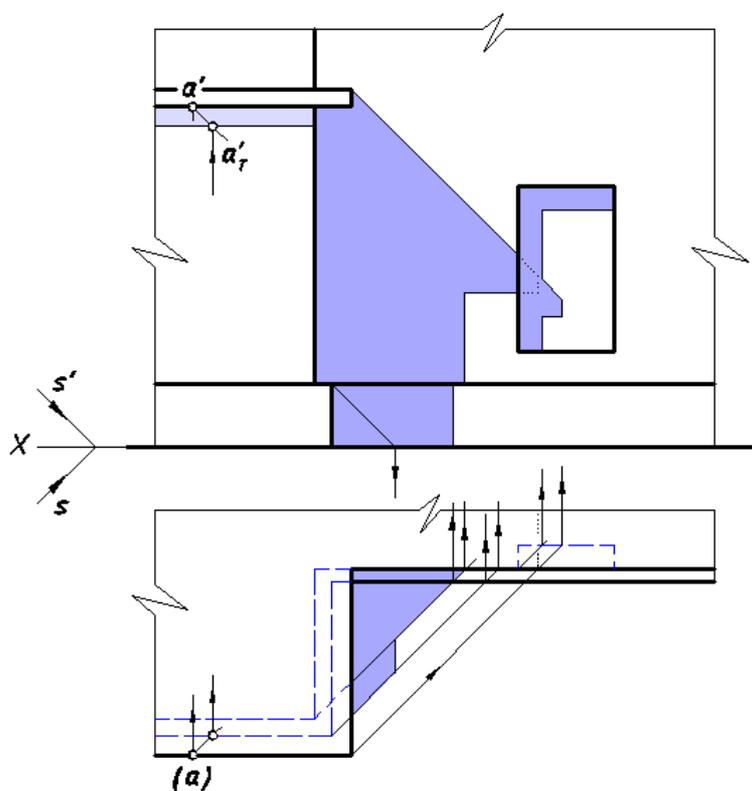


Рис. 56. Тень выступа здания

7.8. Тень здания

Рассмотрим построение собственных и падающих теней схематизированного здания. Ранее было приведено большое количество примеров определения теней геометрических тел и наиболее распространенных фрагментов здания, поэтому если Вы разобрались во всех приведенных рассуждениях и построениях в предыдущих разделах, то легко прочтаете чертеж, приведенный на рис. 57. При изучении раздела начертательной геометрии по теории теней студенты выполняют эпюры здания в ортогональных проекциях и перспективе с изображением собственных и падающих теней и отмывкой.

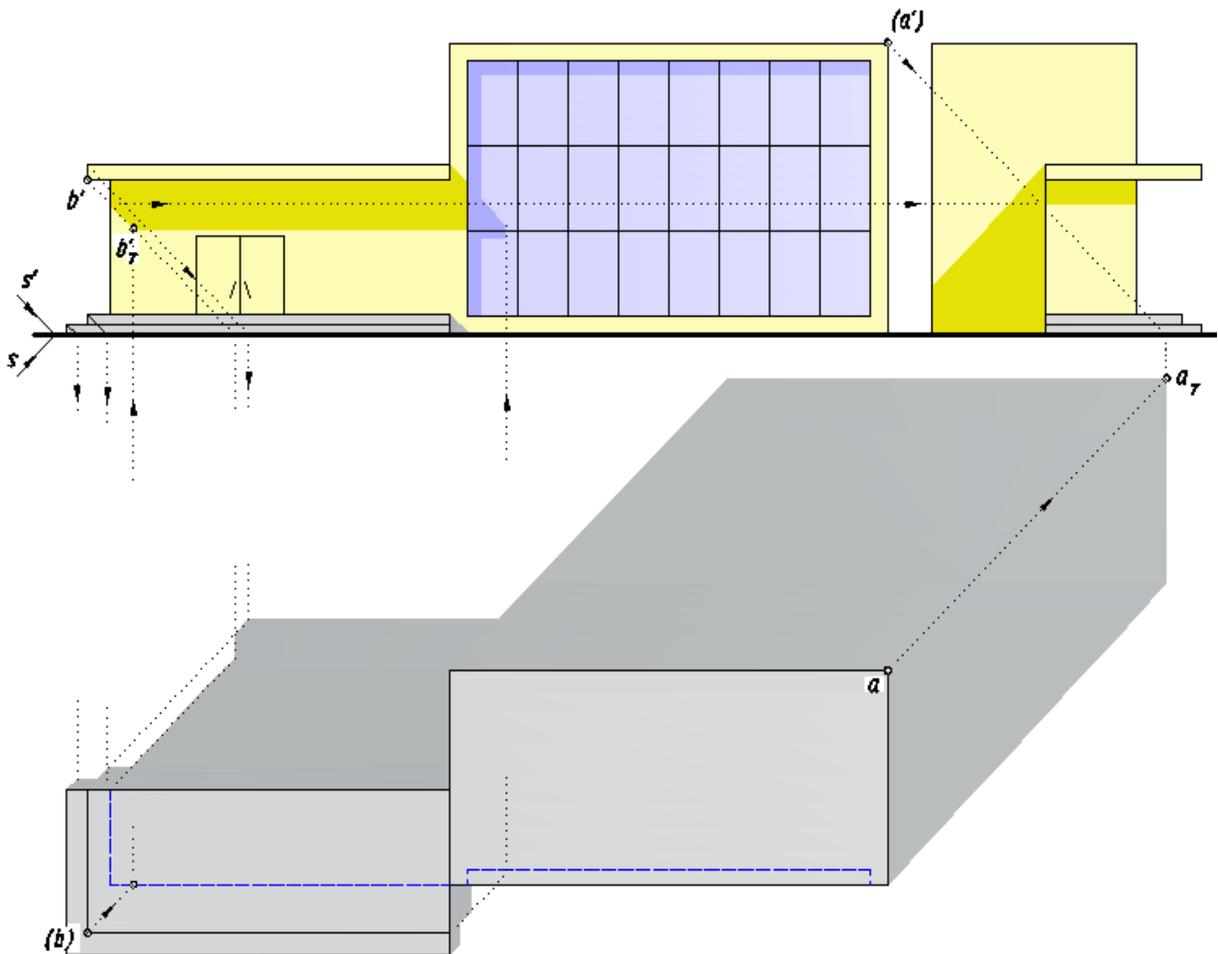


Рис. 57. Собственные и падающие тени здания

Дадим некоторые рекомендации по компоновке эпюра в ортогональных проекциях на листе бумаги. В зависимости от формы и размеров здания выбираем необходимый формат с горизонтальным или вертикальным расположением. Поскольку придется строить тень здания на земле, то нужно расположить главный вид и сверху (в проекционной связи) на достаточном расстоянии так, чтобы очертание тени на земле не пересекало бы изображение фасада. Для этого следует отметить точку a' , построить фронтальную проекцию луча до пересечения с жирной чертой (землей), провести вертикальную линию связи, на которой взять произвольную точку a_T ниже жирной черты, построить горизонтальную проекцию луча, на которой в проекционной связи с точкой a' зафиксировать точку a , а затем уже вычерчивать вид сверху. Построения такого рода показаны на рисунке выше точечными линиями. Вспомогательные линии на изображениях следует удалить.

Выполнение графической работы может осуществляться вручную или машинным способом. Если Вы уже имеете навыки работы с какой-либо графической программой (например с системой AutoCAD), то целесообразно этим воспользоваться. Ранее говорилось о том, что эпюр выполняется с отмывкой. Отмывка вручную – это очень трудоемкий и долгий процесс. Совсем непросто отмыть большой по площади участок бумаги так, чтобы цветовая гамма была равномерной.

В системе AutoCAD для этих целей есть специальная функция *Градиент*. После нажатия на панели *Рисование* кнопки *Штриховка* (рис. 58) на экране появляется диалоговое окно *Штриховка и Градиент*.



Рис. 58. Пиктограмма команды *Штриховка*

Выбираем кнопку *Градиент*, после нажатия которой появляется первая вкладка (рис. 59 справа).

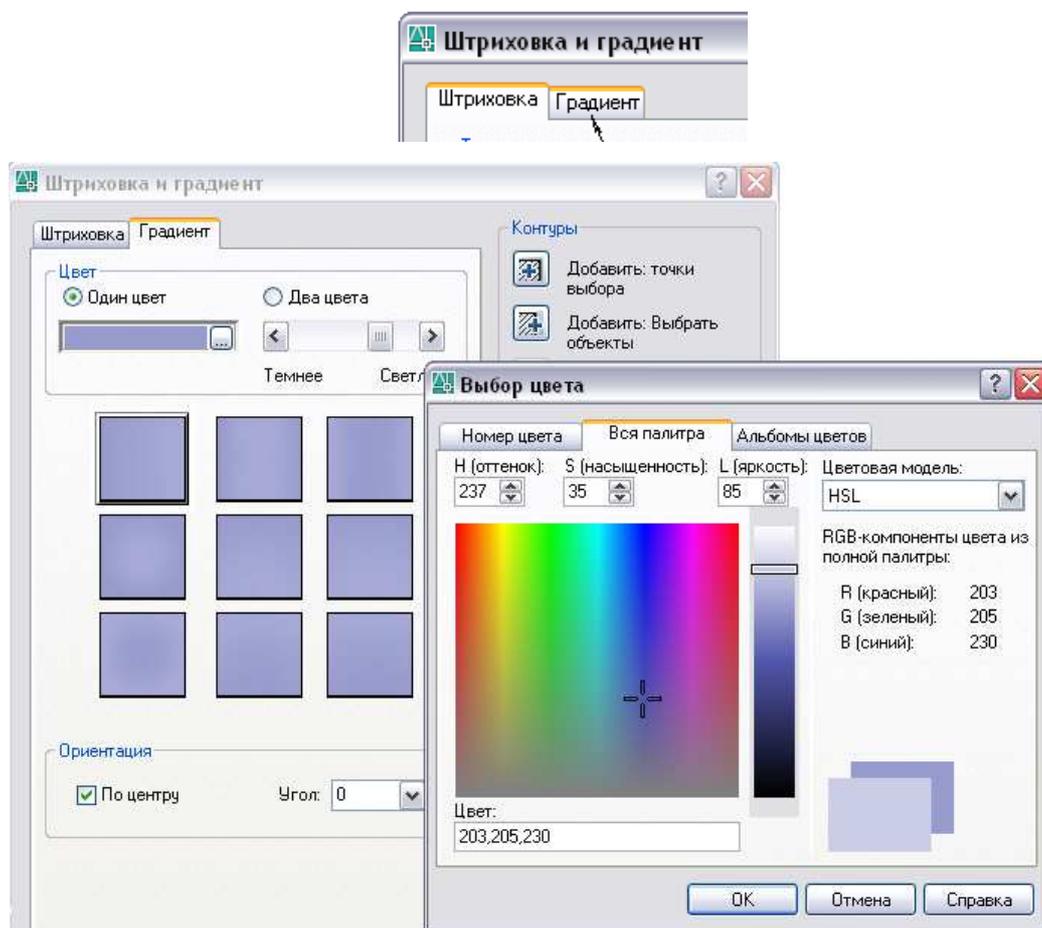


Рис. 59. Диалоговое окно *Градиент* с вкладкой *Выбор цвета*

Для выбора нужного цвета воспользуемся кнопкой с многоточием (она на вкладке не обозначена) (рис. 60). После этого появляется вторая вкладка *Выбор цвета*, на которой слева представлены все цвета с оттенками. Укажем курсором нужный оттенок – знак в форме креста перемещается в точку указания. Перемещая движок (справа), добиваемся нужного оттенка и нажимаем клавишу *ОК*. На вкладке слева с помощью другого движка в шести квадратах устанавливаем равномерный цвет для отмывки нужных мест на эюре.

При выполнении отмывки необходимо выбирать нежные пастельные тона. Если какой-либо объект (например, стена здания) отмыт цветом

определенного оттенка, то тень, оказавшаяся на нем, должна иметь тот же цвет более густого оттенка. Падающая тень имеет более насыщенный оттенок, чем тень собственная.

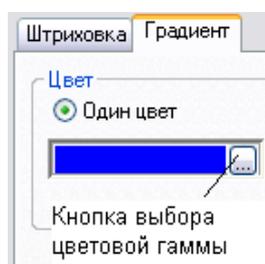


Рис. 60. Кнопка выбора цветовой палитры

Заметим, что, пользуясь этим диалоговым окном при отмывке чертежей архитектурных сооружений, можно добиться нужной градации освещенности, показать светотени и передать этими средствами объем объекта.

После выполнения отмывки линии контуров собственных и падающих теней следует удалить для того, чтобы полученные изображения соответствовали реальной действительности.

7.9. Выполнение отмывки вручную

- Взять кусок ваты, смочить водой, хорошо отжать и протереть весь лист бумаги для того, чтобы удалить жировой слой.
- Лист бумаги положить на плоскость (доски, стола или картона), установленную под углом 20 ...25°.
- Отмывка выполняется тушью (лучше сухой). Можно применять акварель или гуашь.
- Тушь растирается в фарфоровой тарелочке и фильтруется через вату. В обычную тушь добавляется вода. Раствор должен быть негустым (слабым).
- Отмывка производится мягкими кистями (беличьими, колонковыми, хорьковыми). В крайнем случае, можно применить вату, намотанную на палочку или заточенный карандаш, и привязать ее нитками.

- Для проведения отмывки кроме сосуда с раствором нужно иметь стакан с водой и лист бумаги для пробы насыщенности раствора.
- При отмывке нельзя пользоваться ластиком, т.к. на стертую поверхность плохо ложится раствор.
- Раствором покрывается все изображение кроме освещенных мест.
- Каждый *новый* слой отмывки делается после того, как подсохнет *предыдущий*.
- В зависимости от желаемого тона следует наносить разное количество покрытий.
- Отмывка делается слева направо (проводится одно движение кистью, одна полоска). Внизу на полоске должен оставаться наплыв в виде небольшого валика. Следующая полоска захватывает после себя этот наплыв и оставляет новый. И так делается до конца изображения сверху вниз.
- В конце работы наплыв убирается отжатой кистью.

Контрольные вопросы

1. Как построить тень, падающую от данной точки на плоскость проекций?
2. Какая тень называется действительной (реальной), какая мнимой?
3. Что геометрически собой представляет собой тень, падающая от точки на какую – либо плоскость или поверхность?
4. Что геометрически собой представляет тень, падающая от прямой линии на какую – либо плоскость или поверхность?
5. Как определяется тень, падающая от одной плоской геометрической фигуры на другую?
6. Как определяется освещённость плоской фигуры?
7. Как определяется контур собственной тени конуса и пирамиды?
8. Как определить контур собственной тени цилиндра и призмы?
9. Что понимают под тенью точки?

10. Как определить тень прямой линии?
11. Что называется контуром собственной тени?
12. Как определяются границы собственной тени на предмете?
13. Какие виды освещений рассматриваются при построении теней?
14. Каково стандартное направление световых лучей при построении тени от предмета?
15. В чем заключается принцип построения тени от одного тела на другое?

Список рекомендуемой литературы

1. Крылов, Н. Н. Начертательная геометрия учебник для вузов. 9-е изд., испр. / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконникова, В. Л. Николаев, В. Е. Васильев / под ред. Н. Н. Крылова. - М.: Высшая школа, 2006. – 224 с.
2. Тени на ортогональных и перспективных чертежах методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Начертательная геометрия и инженерная графика".. - Волжский: ВИСТех (филиал) ВолгГАСУ, 2011. – 34 с.
3. Георгиевский, О. В. Художественно-графическое оформление архитектурно-строительных чертежей учебное пособие. / О. В. Георгиевский. - М.: Архитектура - С, 2004. – 80 с.
4. Будасов, Б. В. Строительное черчение учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. / Б. В. Будасов, В. П. Каминский / под ред. Б. В. Будасова. - М.: Стройиздат, 1990. – 464 с.
5. Двухэтажный кирпичный дом. Расчетно-графическая работа по дисциплине "Инженерная графика" методические указания.. - Волжский: ВИСТех (филиал) ВолгГАСУ, 2014. – 26 с.

Электронное учебное издание

Ольга Геннадьевна **Кулик**
Владимир Николаевич **Тышкевич**

Инженерная графика. Тени

Учебно-методическое пособие

Электронное издание сетевого распространения

Редактор Матвеева Н.И.

Темплан 2018 г. Поз. № 31.

Подписано к использованию 10.04.2018. Формат 60x84 1/16.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 4,69.

Волгоградский государственный технический университет.
400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28, корп. 1.

ВПИ (филиал) ВолгГТУ.
404121, г. Волжский, ул. Энгельса, 42а.