

# **Рабочая тетрадь**

по инженерной графике  
с примерами решений

**Кулик О.Г.**

**Тышкевич В.Н.**

**Волжский**

**2018**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ВОЛЖСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

О. Г. Кулик, В. Н. Тышкевич

**Рабочая тетрадь  
по инженерной графике  
с примерами решений**

Электронное учебно-методическое пособие



2018

УДК 76(075.5)  
ББК 85.15  
К 903

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
«Автоматизация технологических процессов и производств» филиала  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования «Национальный исследовательский  
университет «МЭИ» в г. Волжском

*В.Г. Кульков,*

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой  
прикладной математики и информатики Волжского филиала федерального  
государственного автономного образовательного учреждения высшего об-  
разования «Волгоградский государственный университет» (ВФ ВолГУ)

*А.А. Полковников.*

Издается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного технического университета

Кулик, О. Г.

Рабочая тетрадь по инженерной графике с примерами решений  
[Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / О. Г. Кулик,  
В. Н. Тышкевич ; ВПИ (филиал) ВолгГТУ. - Электрон. текстовые дан.  
(1 файл: 1,3 МБ). – Волжский, 2018. – Режим доступа:  
<http://lib.volpi.ru>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-9948-2890-8

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной работы  
студентов при подготовке к практическим занятиям, экзамену, при выполнении  
индивидуальных расчетно-графических работ.

В пособии рассмотрены задачи и примеры их решения раздела инженерной  
графики «Начертательная геометрия».

Предназначено для студентов направлений 08.03.01 «Строительство», 23.05.01  
«Наземные транспортно-технологические средства» всех форм обучения.

Библиограф.: 5 назв.

ISBN 978-5-9948-2890-8

© Волгоградский государственный  
технический университет, 2018

© Волжский политехнический  
институт, 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Общие методические указания по работе с рабочей тетрадью.....</b>	<b>4</b>
Титульный лист рабочей тетради.....	5
Символика и обозначения.....	6
Задачи.....	8
Примеры решения задач на построение эпюра	
1. Эпюра точки.....	27
2. Эпюра прямой.....	35
3. Эпюра плоскости.....	40
Примеры решения задач на построение натуральной величины	
1. Вращением вокруг горизонтали.....	44
2. Способом совмещения.....	45
Примеры решения задач на принадлежность точки поверхности.....	46
Построение пирамиды.....	47
Примеры решения задач на пересечение	
1. Пересечение прямой и плоскости.....	49
2. Пересечение плоскостей.....	51
3. Пересечение поверхностей.....	53
Вопросы для самоконтроля знаний.....	55
<b>Список рекомендуемой литературы.....</b>	<b>57</b>

## **Общие методические указания по работе с рабочей тетрадью**

Рабочую тетрадь студент распечатывает с 5 по 54 страницу на листах писчей бумаги формата А4 (210 × 297 мм) и заполняет карандашом твёрдостью ТМ или М с использованием чертежных инструментов. Надписи выполняются аккуратно чертежным шрифтом.

Линии, чистовые и буквенные обозначения должны отвечать требованиям ГОСТов ЕСКД по оформлению графических документов, при этом рекомендуется толщину линий основного контура принимать равной 1 мм, а вспомогательного – в 2 раза тоньше. Решение задачи следует выполнять карандашом черного цвета, а результат решения задачи необходимо выделить красным цветом.

Рабочая тетрадь содержит: задачи по основным темам раздела «Начертательная геометрия» и краткую теоретическую информацию, необходимую для их решения; условные обозначения, применяемые для обозначений геометрических образов на эюре.

Рабочая тетрадь предназначена для закрепления студентами основных теоретических положений начертательной геометрии, приобретения навыков решения задач, освоения требований ГОСТов и ЕСКД по выполнению и оформлению чертежей.

Перед решением задач следует повторить материал, рассмотренный на лекции, ответить на вопросы данной темы, а затем приступить к решению задач.

При решении задач следует использовать конспект лекций и рекомендуемую данными методическими указаниями литературу.

Рабочая тетрадь вместе с выполненными расчетно-графическими заданиями предъявляется на экзамене.

*Министерство образования и науки Российской Федерации*

*Кафедра* \_\_\_\_\_

# *РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ*

*Студента группы* \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
*(Фамилия, Имя, Отчество)*

*Э.К. №* \_\_\_\_\_

*Проверил:*

*доц. Кулик О.Г.*

\_\_\_\_\_  
*(подпись)*

\_\_\_\_\_  
*(дата)*

*Волжский , 2018*

### **Символика и обозначения**

1. Точки – прописными буквами латинского алфавита ( $A, B, C, \dots$ ) или арабскими цифрами ( $1, 2, 3, \dots$ );  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots$  новые положения точек
2.  $S$  – центр проецирования
3.  $\Phi$  – геометрическая фигура
4. Линии – строчными буквами латинского алфавита ( $a, b, c, \dots$ ), новые положения –  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$
5.  $'$ ,  $''$ ,  $'''$  – верхние индексы для проекций точек, прямых, углов, фигур, поверхностей на плоскости проекций (горизонтальную, фронтальную, профильную соответственно)
6.  $\bar{1}$ ,  $\bar{2}$ ,  $\bar{3}$  – верхние индексы для проекций точек, прямых, углов, фигур, поверхностей на плоскости проекций (горизонтальную, фронтальную, профильную соответственно)
7.  $\alpha_h, \alpha_v, \alpha_w$  – след поверхности, оставаемый на горизонтальной, на фронтальной, на профильной плоскости проекций соответственно
8.  $\alpha_h, \alpha_v, \alpha_w$  – след поверхности  $\alpha$ , оставаемый на горизонтальной, на фронтальной, на профильной плоскости проекций соответственно
9.  $a_h, a_v, a_w$  – след прямой  $a$ , оставаемый на горизонтальной, на фронтальной, на профильной плоскости проекций соответственно
10.  $h, f, p$  – линии уровня (горизонталь, фронталь, профильная прямая)
11.  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  – горизонтальная, фронтальная и профильная поверхности
12. Поверхности – прописными буквами греческого алфавита:  $\Gamma$  – гамма,  $\Delta$  – дельта,  $\Lambda$  – лямбда,  $\Sigma$  – сигма,  $\Phi$  – фи,  $\Psi$  – пси,  $\Omega$  – омега...
13. Углы –  $\angle ABC, \widehat{ab}, \widehat{tAb}$  или  $\alpha, \beta, \gamma$
14.  $(AB)$  – прямая проходящая через точки  $A$  и  $B$
15.  $[AB)$  – луч с началом в точке  $A$
16.  $[AB]$  – отрезок прямой, ограниченный точками  $A$  и  $B$
17.  $x, y, z$  – координатные оси проекций (ось абсцисс, ось ординат, ось аппликата)
18.  $k_2$  – постоянная прямая эюра Монжа
19. Параллельность –  $\parallel$
20. Перпендикулярность –  $\perp$
21. Касание –  $\sphericalcap$
22. Совпадение или тождество –  $=$
23. Совпадение места положения –  $\equiv$
24. Принадлежность, включение –  $\subset$  или  $\in$ , концы знака направлены в сторону большей фигуры.
25. Подобие –  $\sim$

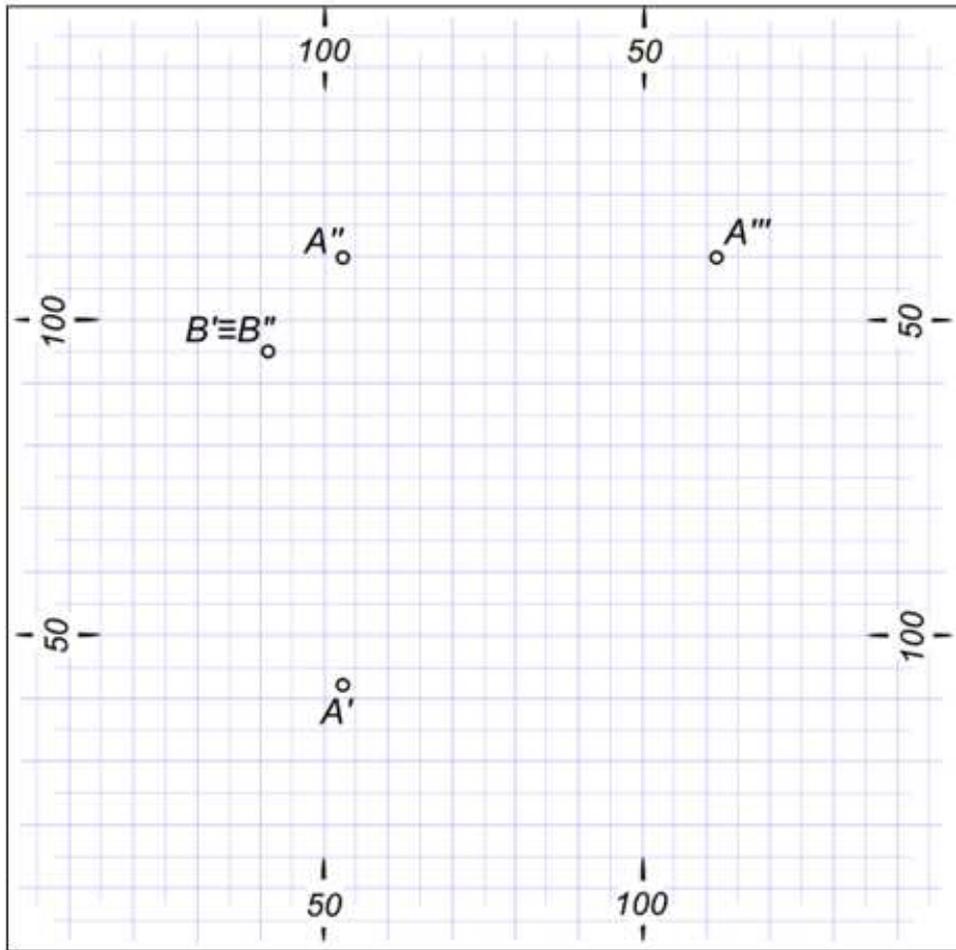
26. Конгруэнтность -  $\cong$
27. Пересечение -  $\cap$
28. Вращение -  $\circlearrowleft$
29. Логическое следствие -  $\Rightarrow$
30.  $\wedge$  - конъюнкция предложений (соответствует союзу «и»)
31.  $\vee$  - дизъюнкция предложений (соответствует союзу «или»)
32.  $\forall$  - "любой", "каждый", "всякий"
33.  $\exists$  - "существует", "найдётся"
34. Фигура, проецирующая относительно... -  $\perp\perp$
35. Скрещивающиеся прямые -  $\sphericalangle$
36. Расстояние между элементами пространства -  $||$ :  $|AB|$  - расстояние от точки  $A$  до точки  $B$ ;  $|Aa|$  - расстояние от точки  $A$  до линии  $a$ ;  $|ab|$  - расстояние между линиями  $a$  и  $b$ ;  $|A\Sigma|$  - расстояние от точки  $A$  до поверхности  $\Sigma$ ;  $|Γ\Sigma|$  - расстояние между поверхностями.

**Примеры символической записи**

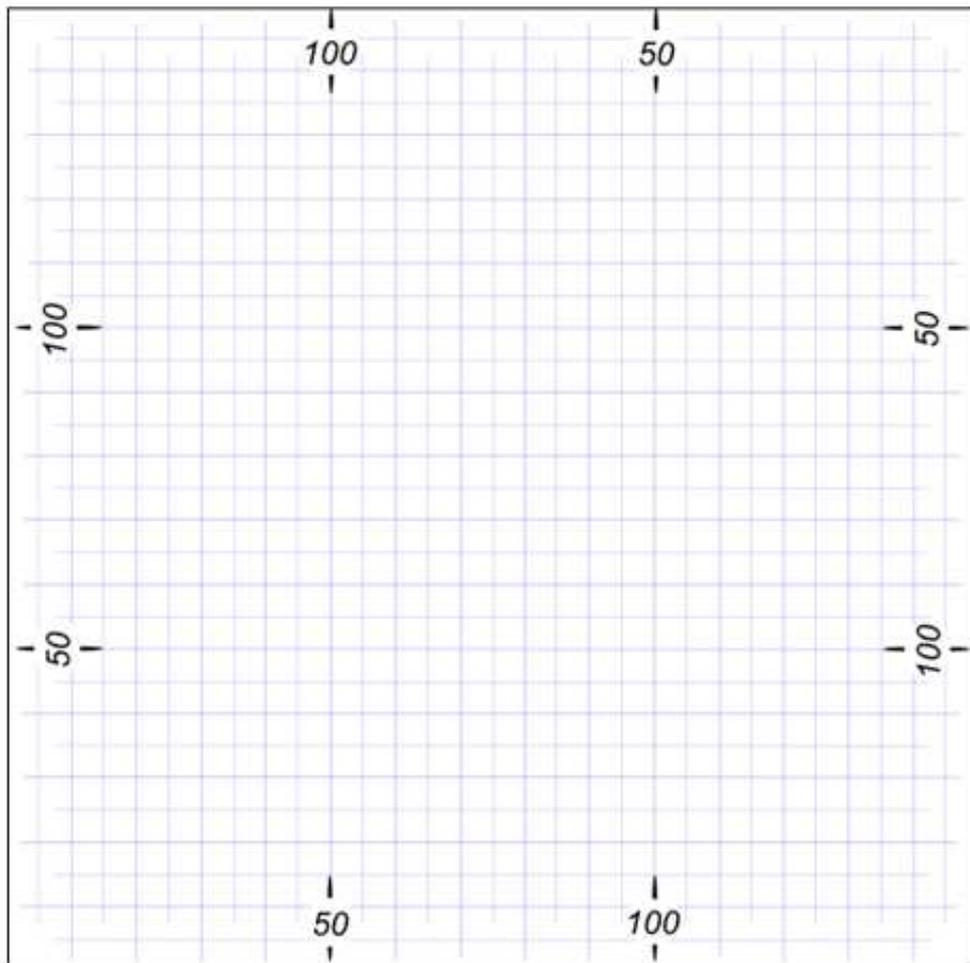
- $\Sigma(a \cap b) \parallel \Gamma(A, t)$  - плоскость, заданная пересекающимися прямыми  $a$  и  $b$ , параллельна плоскости, заданной точкой  $A$  и прямой  $t$
- $AB \perp \Gamma$  - отрезок  $AB$  перпендикулярен плоскости  $\Gamma$ .
- $A_t = B_t$  - проекции точек  $A$  и  $B$  совпадают.
- $A \in a$  - точка  $A$  принадлежит прямой  $a$ .
- $a \subset \Sigma$  - прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\Sigma$ .
- $A \in b$  - прямая  $b$  проходит через точку  $A$ .
- $\Sigma \cup \Phi(O, R)$  - плоскость  $\Sigma$ , касательная к сфере  $\Phi$ , заданной центром  $O$  и точкой  $A$ , принадлежащей сфере.
- $(\forall \varepsilon > 0) (\exists \delta > 0) (\forall x \neq x_0) (|x - x_0| < \delta) (|f(x) - A| < \varepsilon)$  читается так: "для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $\delta > 0$  такое, что для всех  $x$ , не равных  $x_0$  и удовлетворяющих неравенству  $|x - x_0| < \delta$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ ".

## Задачи

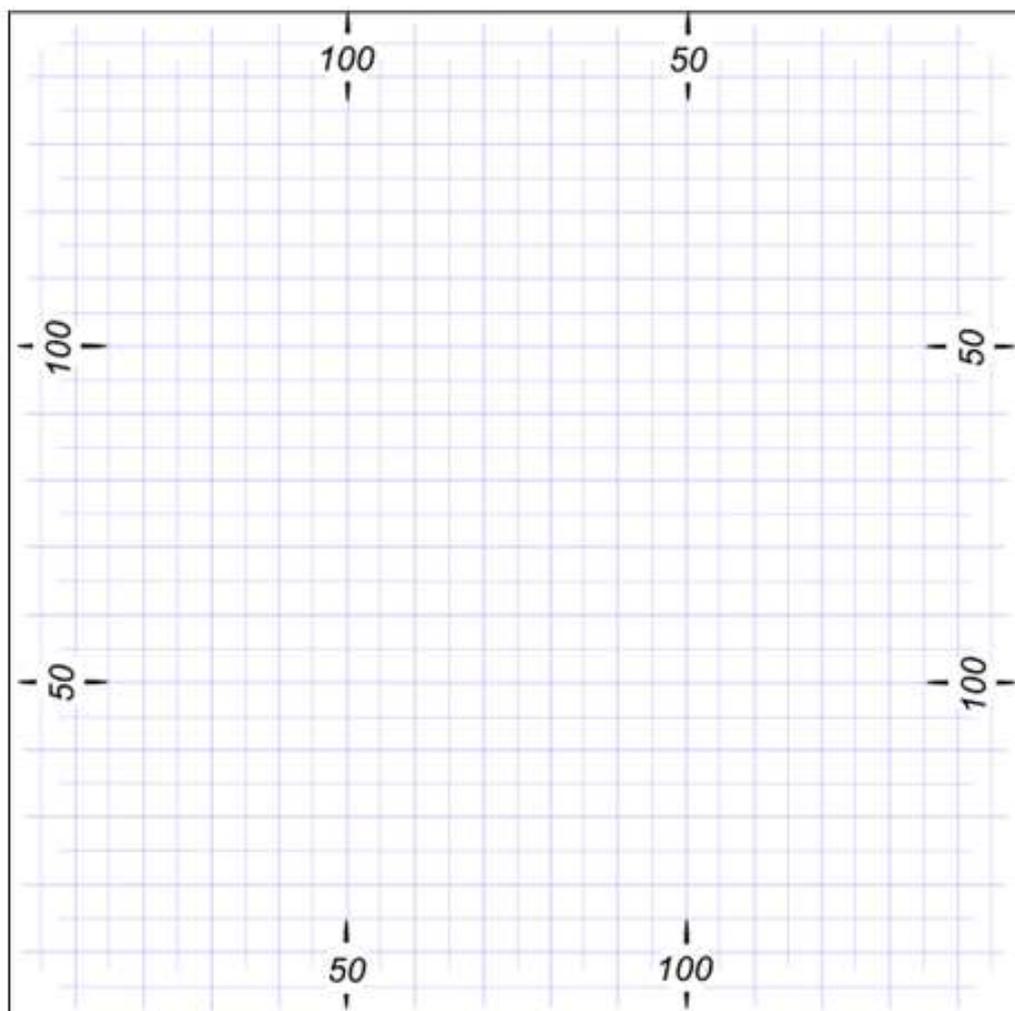
1. Даны проекции точки  $A(A', A'', A''')$  и проекции точки  $B(B', B'', \dots)$  по двум известным проекциям построить третью проекцию точки



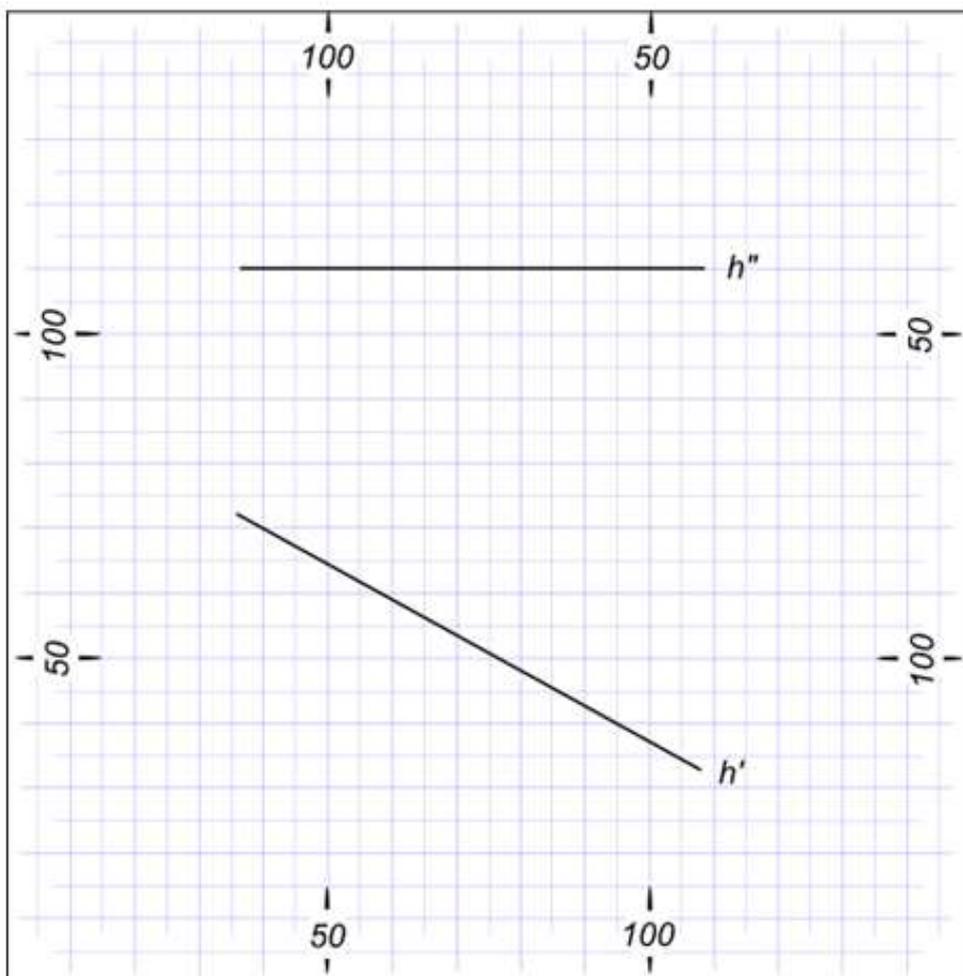
2. Дана точка  $A(60; -40; 20)$ . Построить эюр точки  $B$ , симметричной  $A$  относительно оси  $x$ .



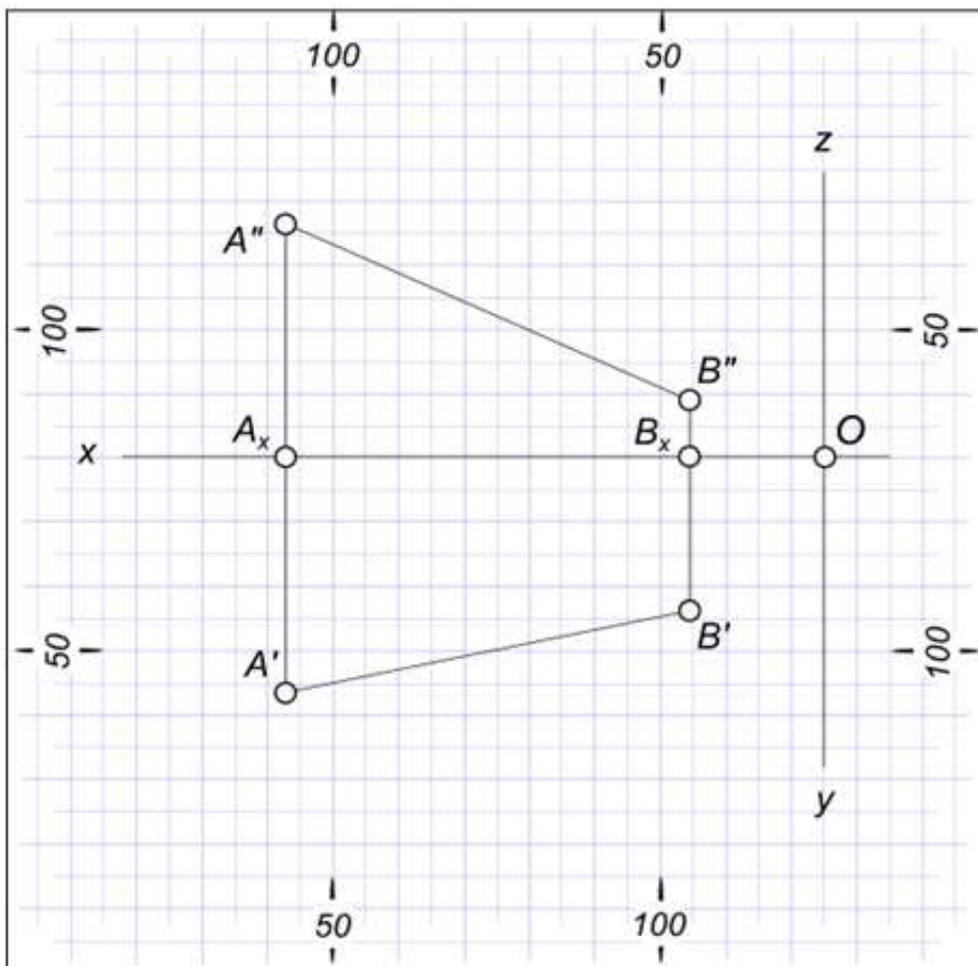
3. Построить эюр точки  $A$ , принадлежащей только горизонтальной плоскости проекций



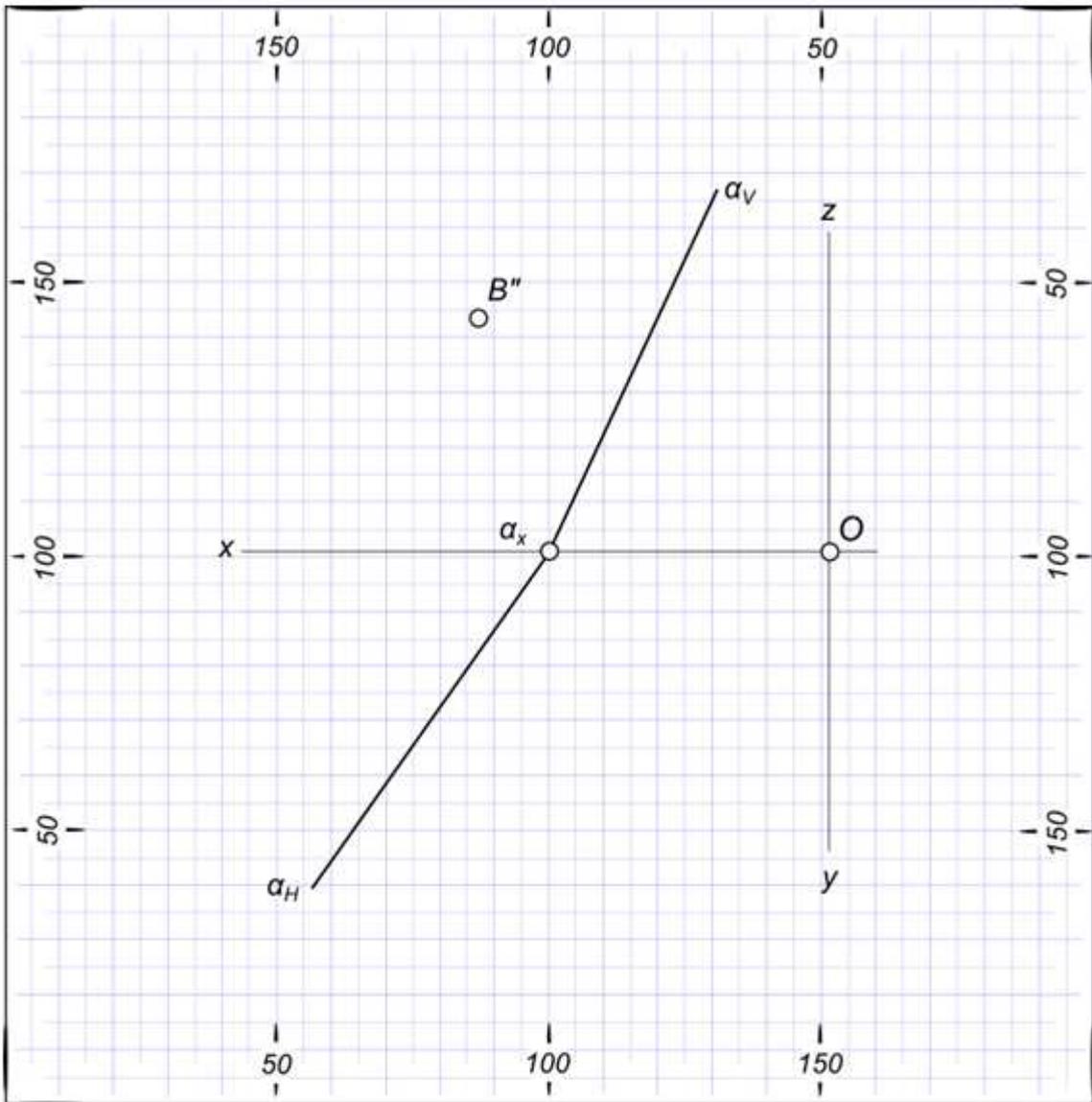
4. Даны проекции прямой  $h$ :  $h'$  и  $h''$ . Выполнить построение эпюра точки  $A$ , принадлежащей прямой  $h$ .



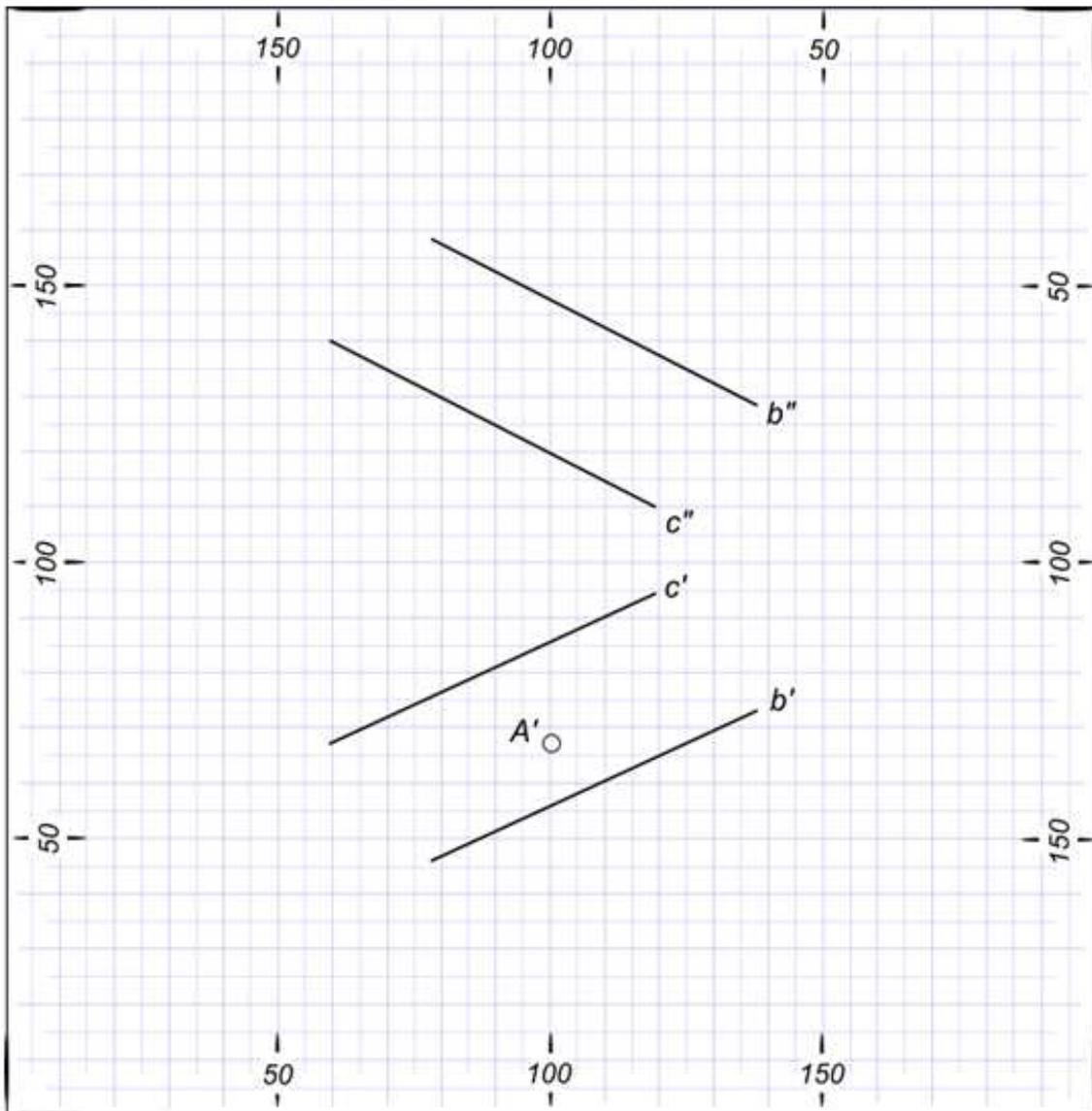
5. Дан отрезок прямой  $[AB]$ . Построить элор точки  $K$  ( $K'$ ,  $K''$ ), принадлежащей отрезку прямой  $[AB]$  и делящей его в отношении  $[AK] : [KB] = 1 : 2$



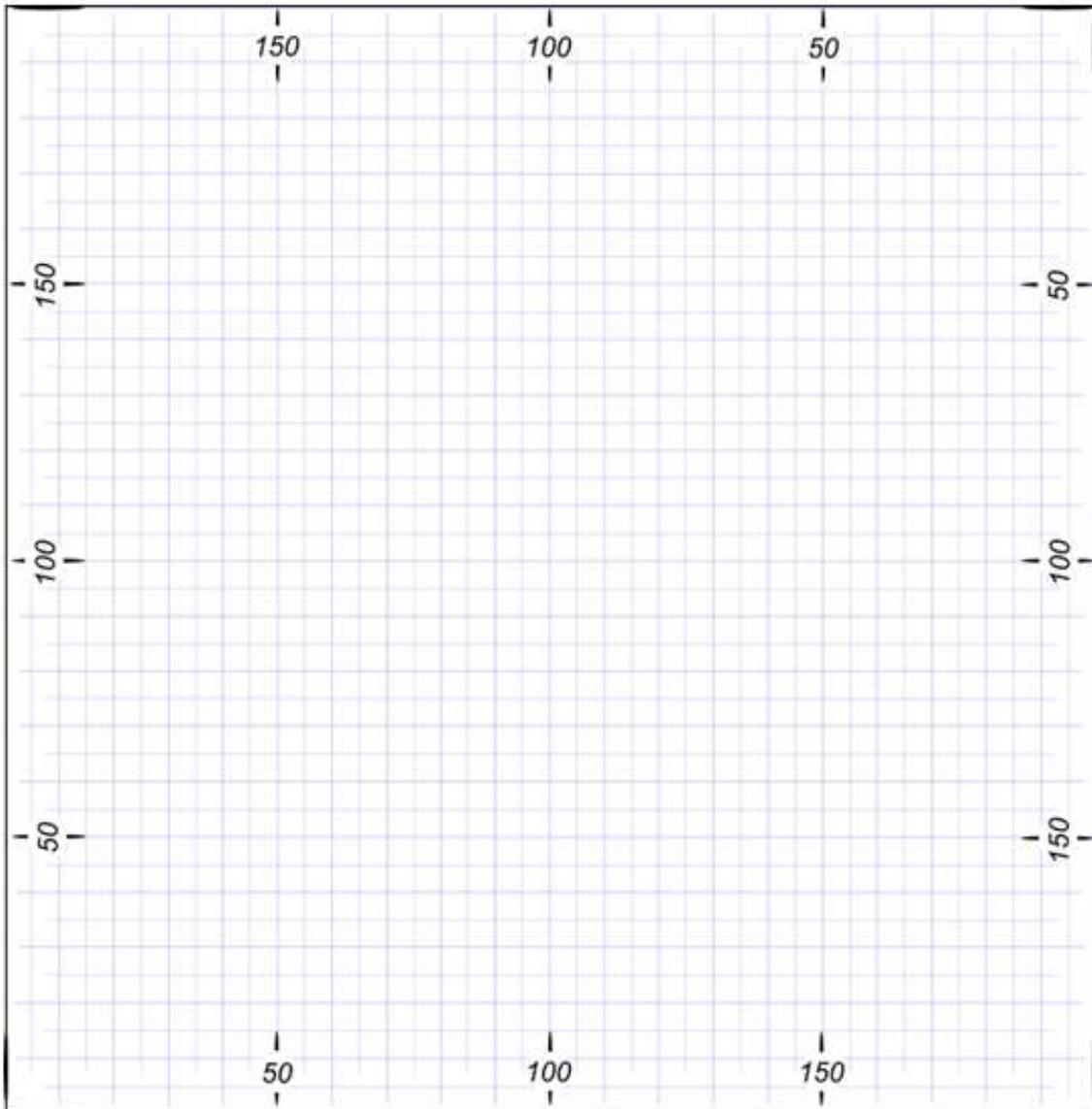
6. Дана фронтальная проекция точки  $B: B''$ , принадлежащей плоскости  $\alpha$ .  
Построить недостающую горизонтальную проекцию точки  $B: B'$ .



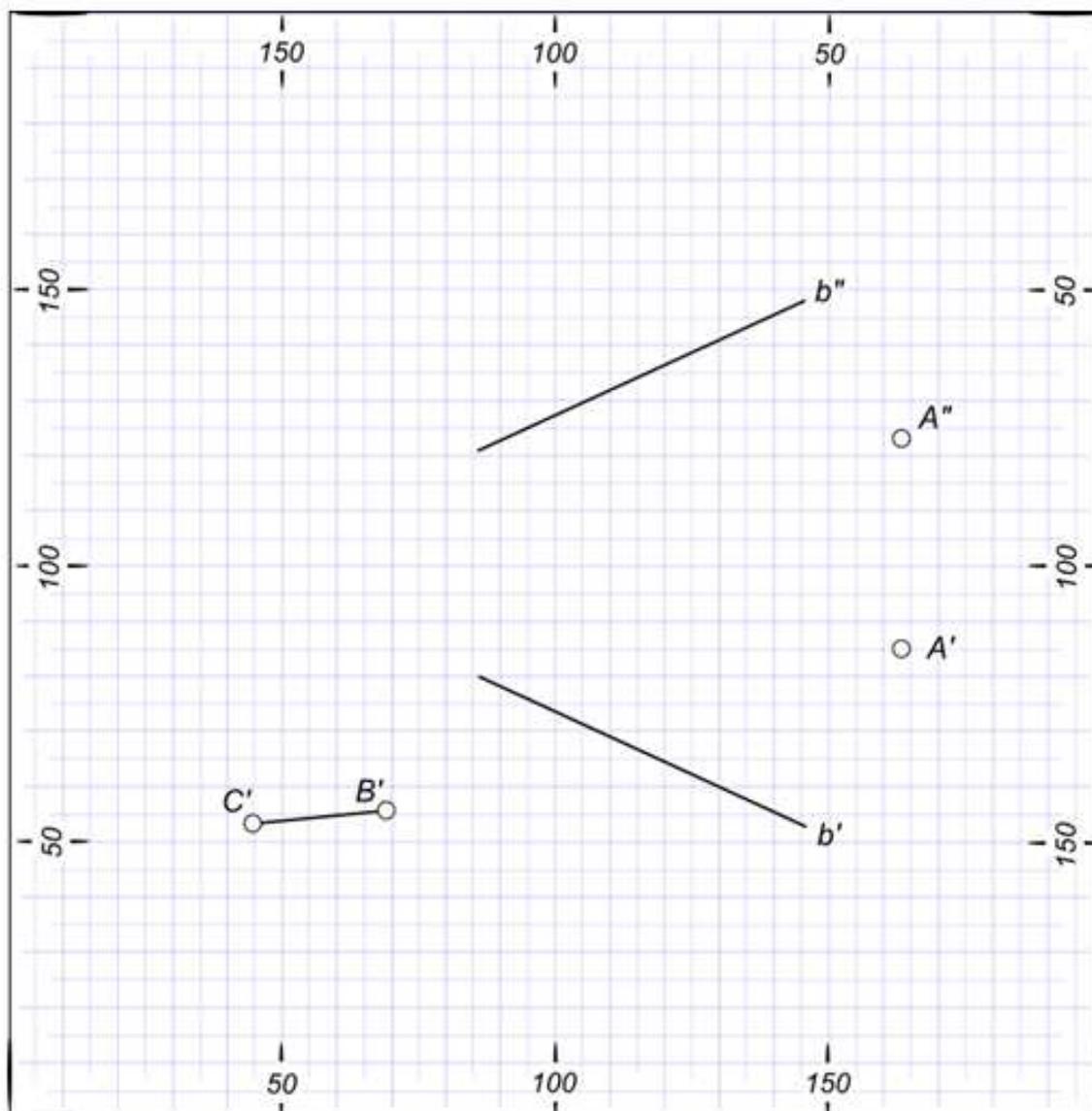
7. Дана горизонтальная проекция точки  $A: A'$ , принадлежащей плоскости, заданной  $\alpha (b \parallel c)$ . Построить недостающую фронтальную проекцию точки  $A: A''$



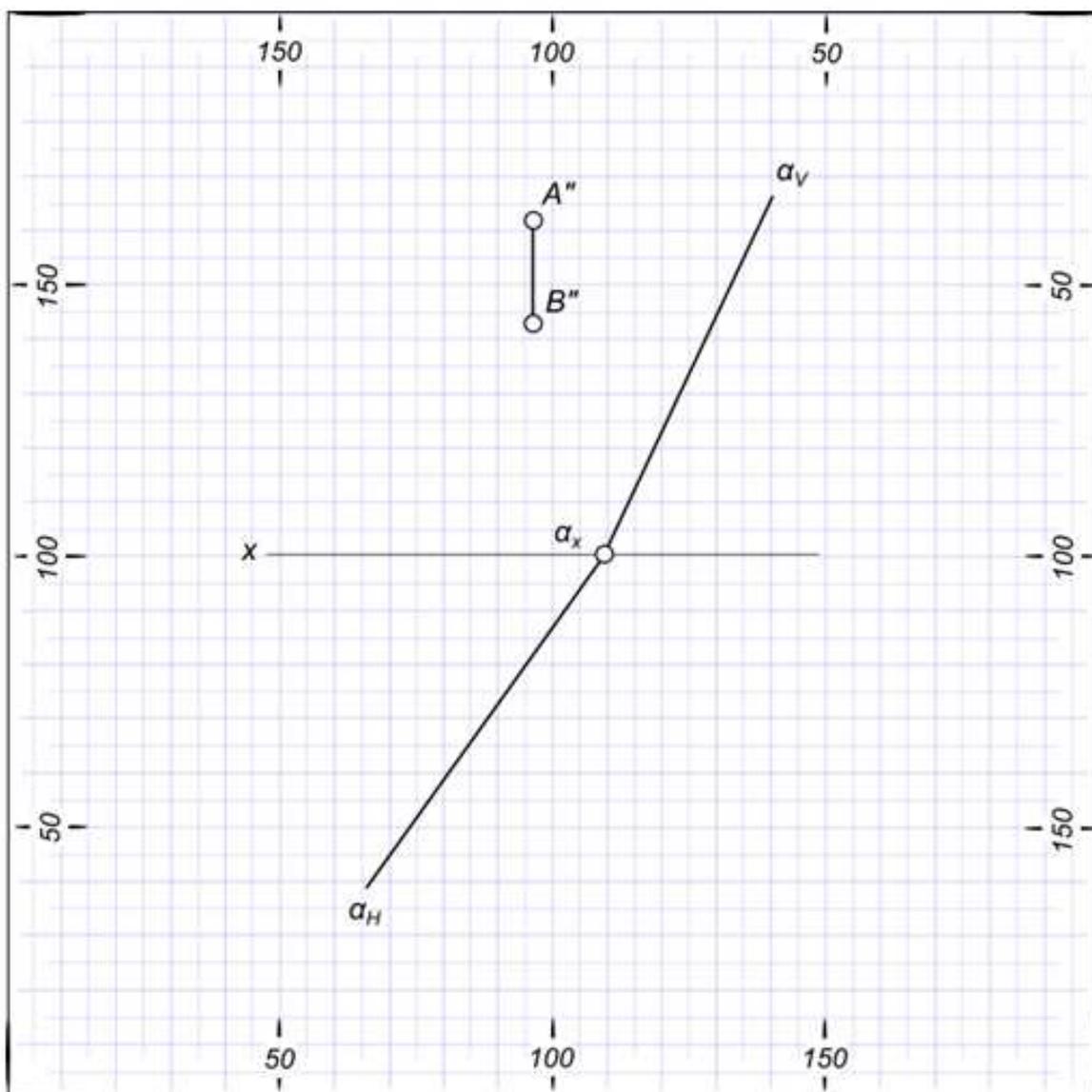
8. Даны координаты точек:  $A(93; 15; 38)$ ,  $B(42; 47; 52)$ . Построить проекцию отрезка  $[AB]$ .



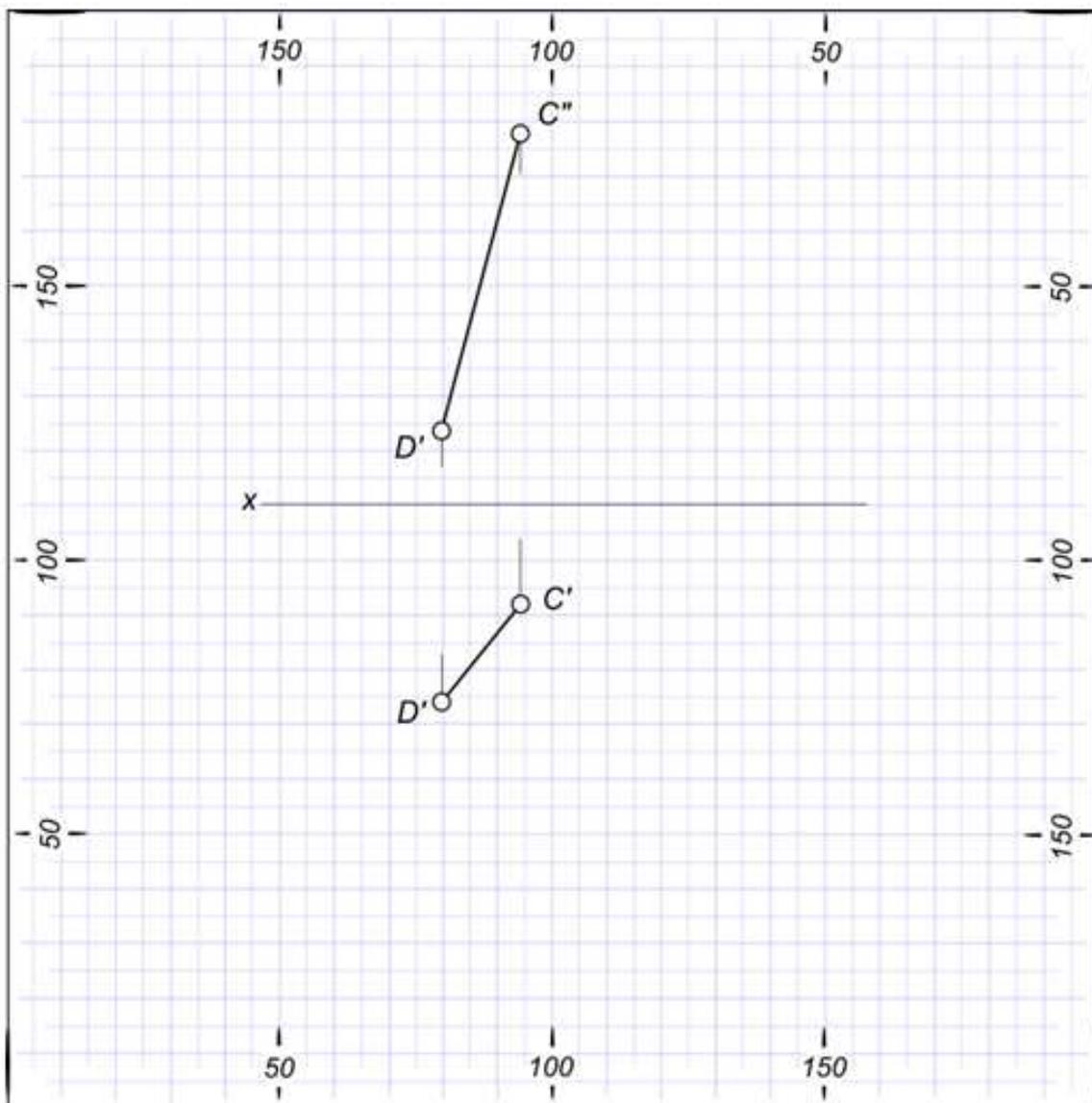
9. Дана горизонтальная проекция отрезка  $[B'C']$ , принадлежащего плоскости  $\alpha(A, b)$ . Построить недостающую фронтальную проекцию отрезка  $[B''C'']$ .



10. Дана фронтальная проекция отрезка  $[AB]:[A''B'']$ , принадлежащего плоскости  $\alpha$ . Построить недостающую горизонтальную проекцию отрезка  $[A'B']$ .

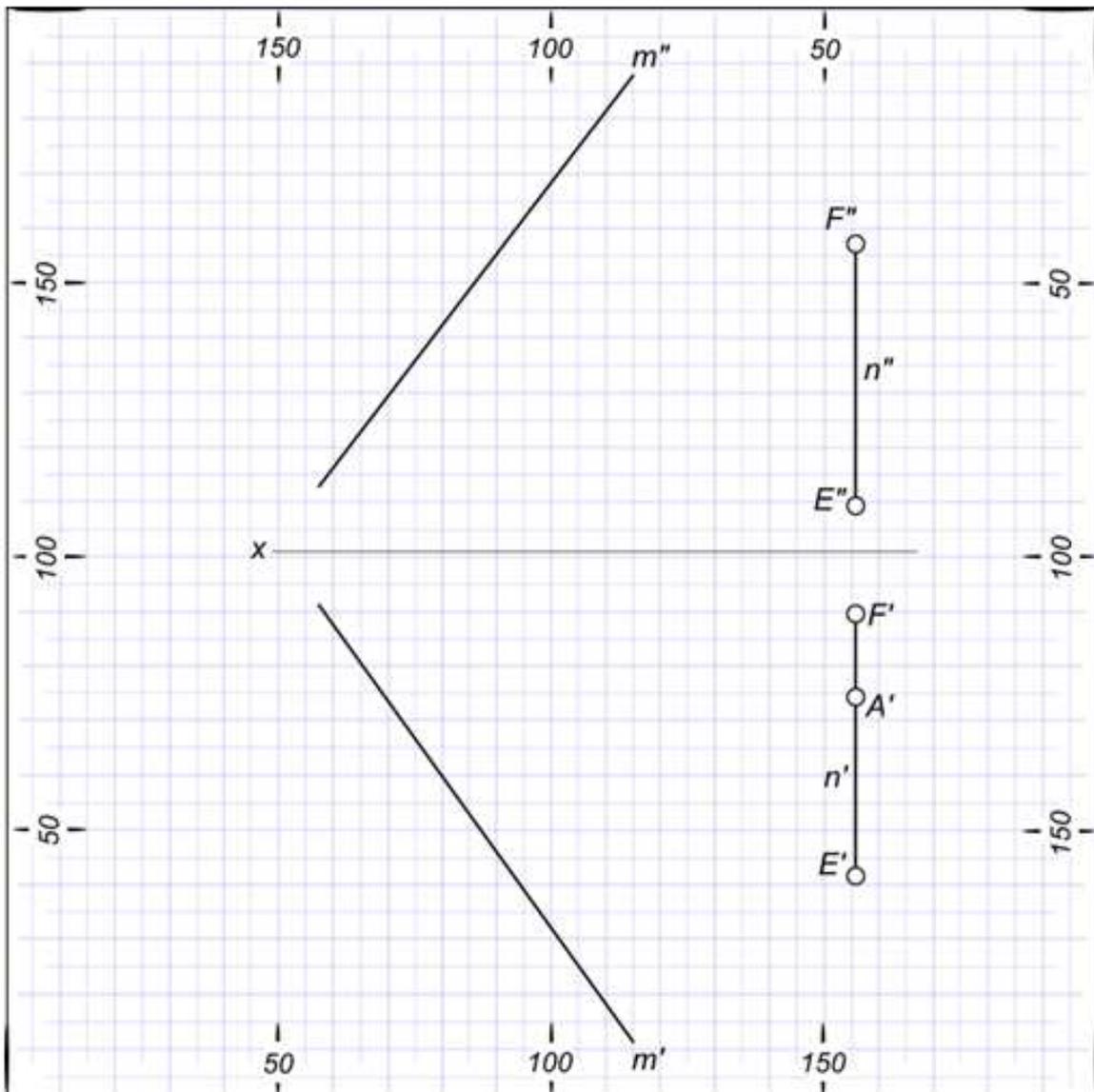


11. Даны проекции прямой  $(CD)$  ( $[C'D]$  и  $[C''D'']$ ), являющейся линией ската и высотой плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ . Построить недостающие проекции  $\Delta ABC$ , если известно, что его основание  $[AB]$  равно высоте  $[CD]$ .

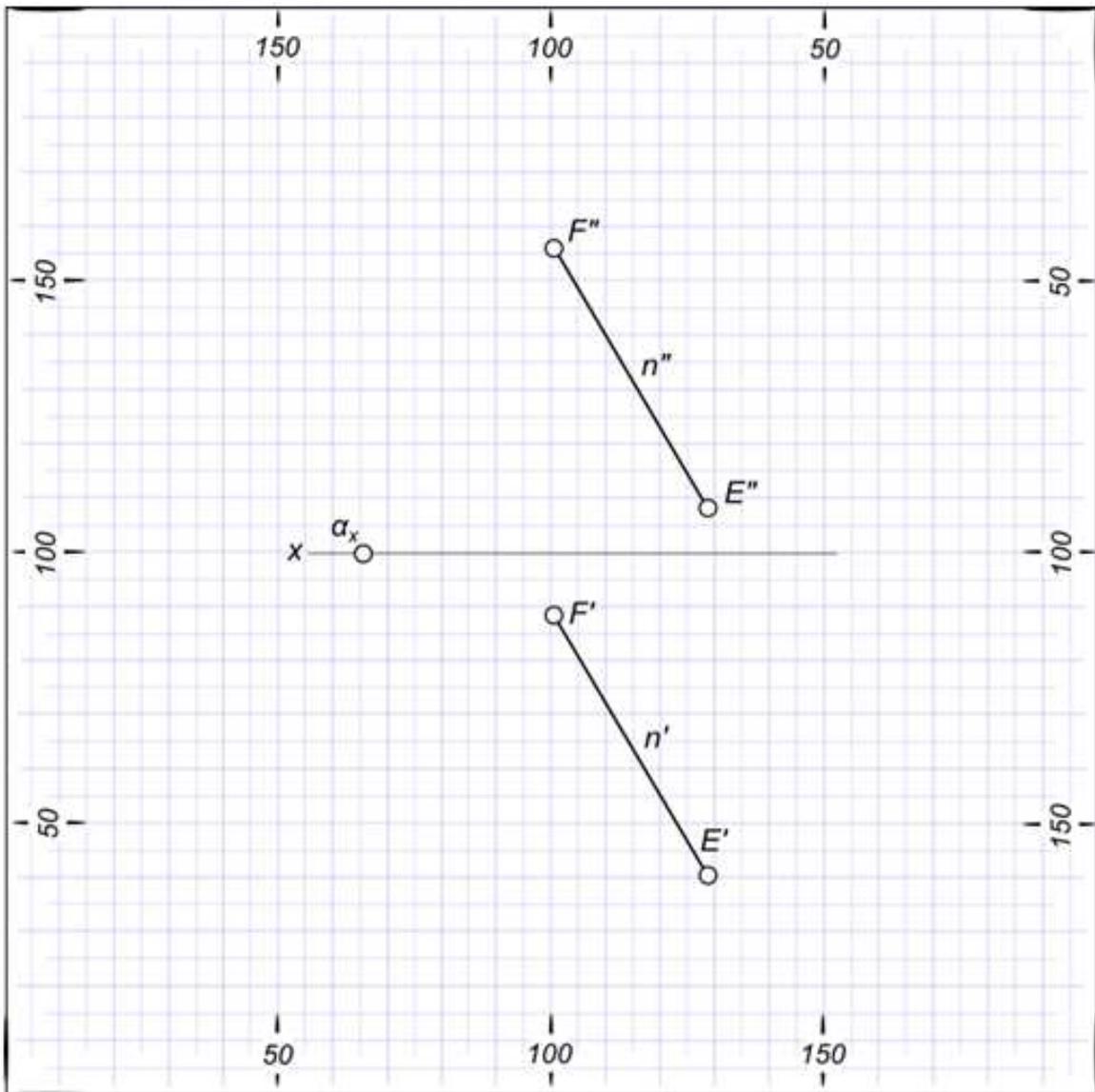


12. Построить проекции ромба  $ABCD$ , исходя из следующих условий:

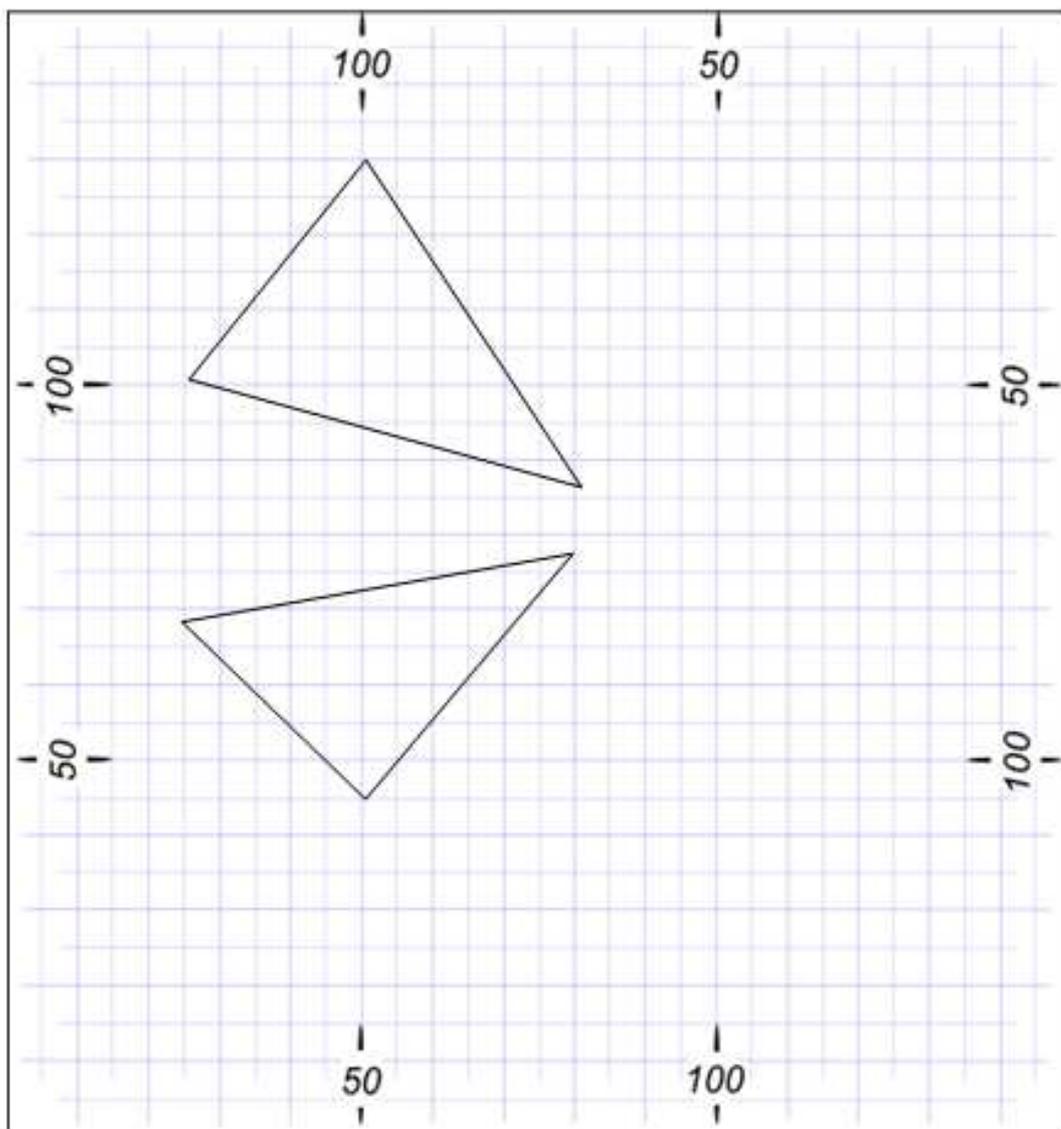
- диагональ  $[BD] \in$  прямой  $m$  ( $m'$ ,  $m''$ );
- вершина  $A(A', \dots) \in$  прямой  $n$  ( $n'$ ,  $n''$ )  $\perp EF$  ( $E'F'$ ,  $E''F''$ );
- диагональ  $\angle AC \angle = 2 \angle BD \angle$



13. Даны точка схода следов  $\alpha_x$  и прямая  $EF$  ( $[E'F']$ ,  $[E''F'']$ ), принадлежащие плоскости  $\alpha$ . Построить проекции плоскости  $\alpha$ .



14. Даны две проекции плоскости заданной треугольником. Определить натуральную величину этого треугольника, используя: а) способ замены плоскостей проекций б) способ вращения вокруг линии уровня.



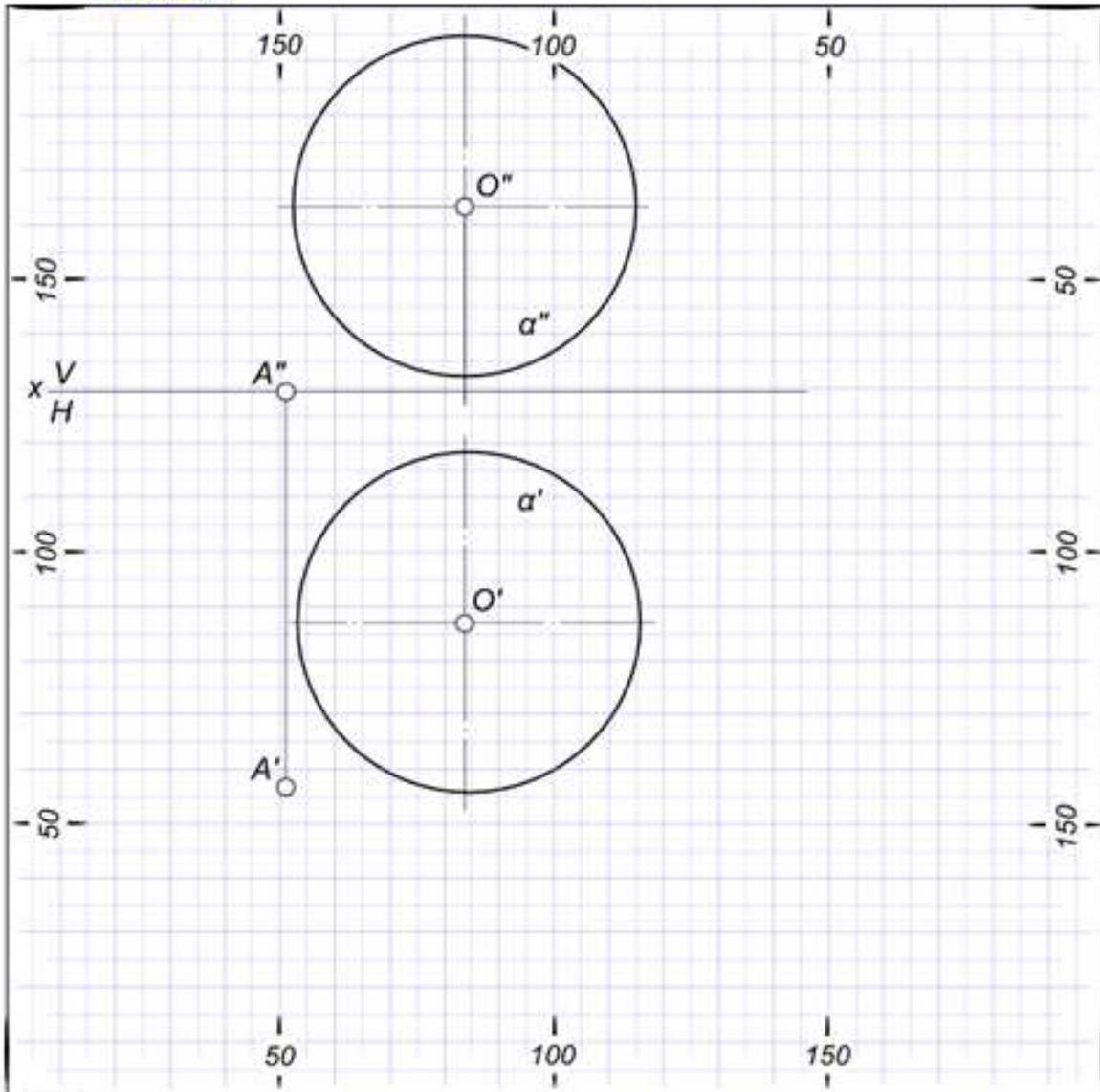
15. Дана точка  $A(A', A'')$  и сфера  $\alpha(\alpha', \alpha'')$ .

Определить кратчайшее расстояние  $AK$  от точки  $A$  до поверхности сферы  $\alpha$ ;  
Построить плоскость  $\beta$  касательную поверхности сферы  $\alpha$  в точке  $K$ , задать ее следами.

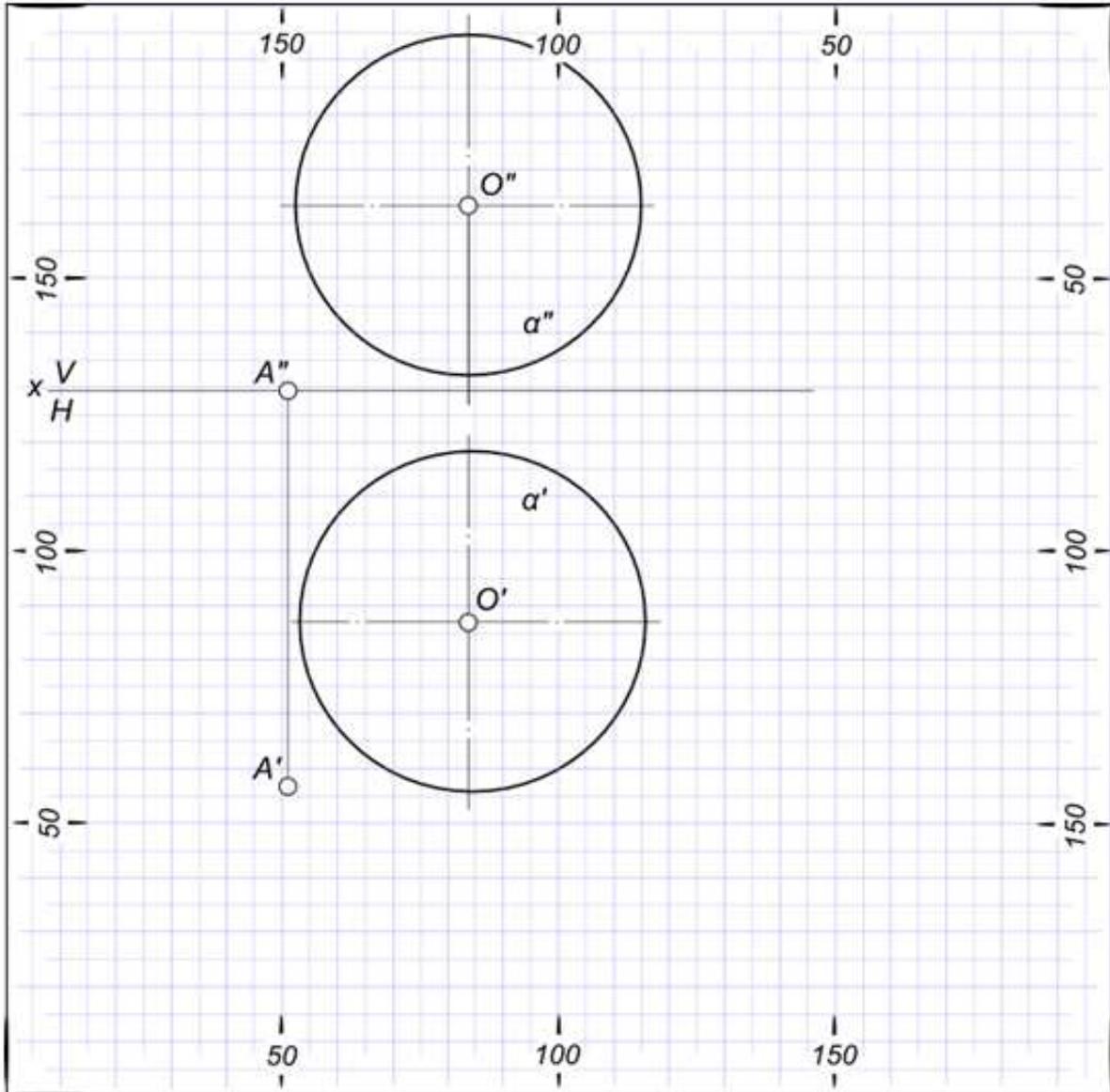
Задачу решить в двух вариантах:

с применением способов преобразования и без применения.

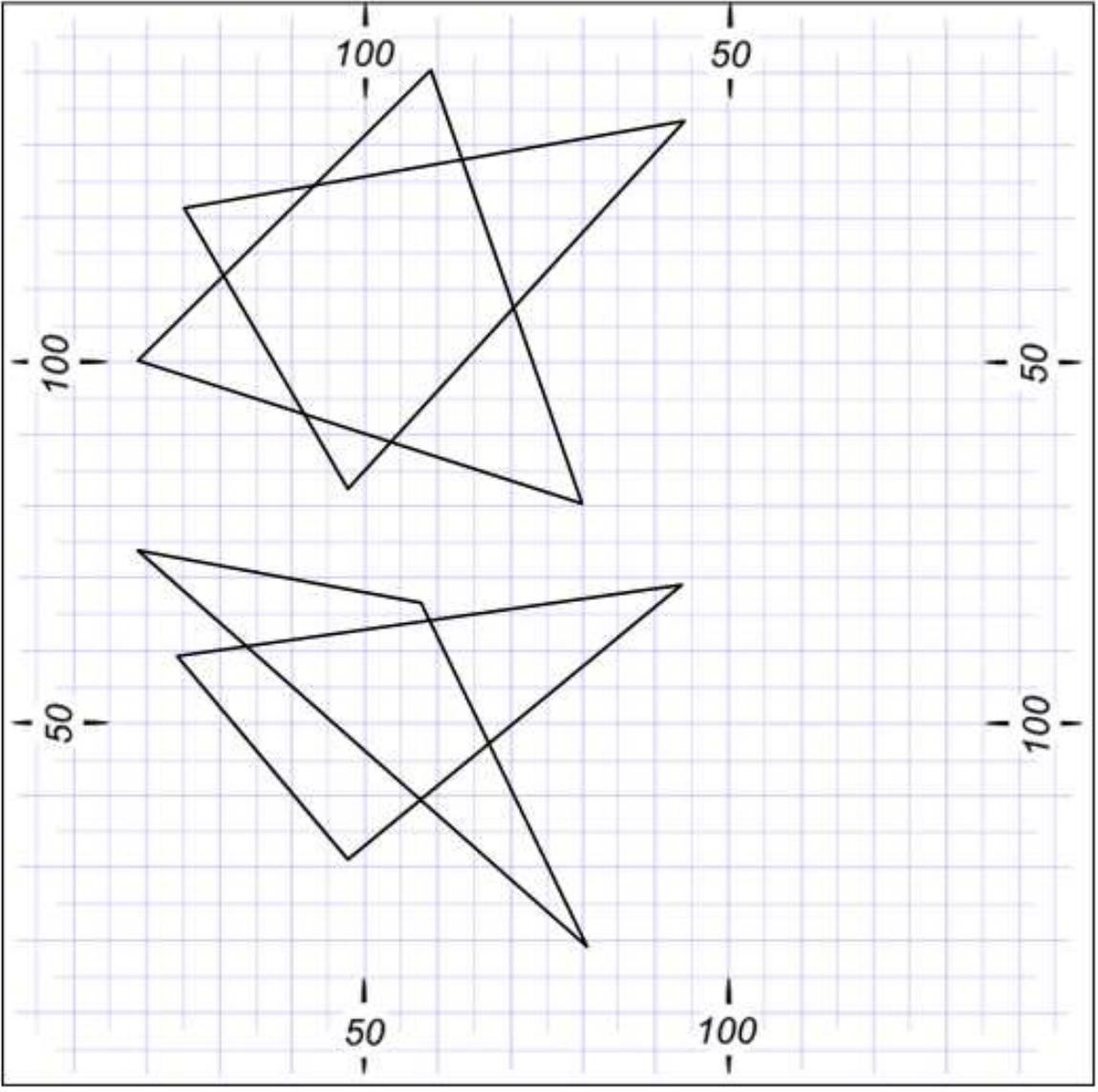
1 способ



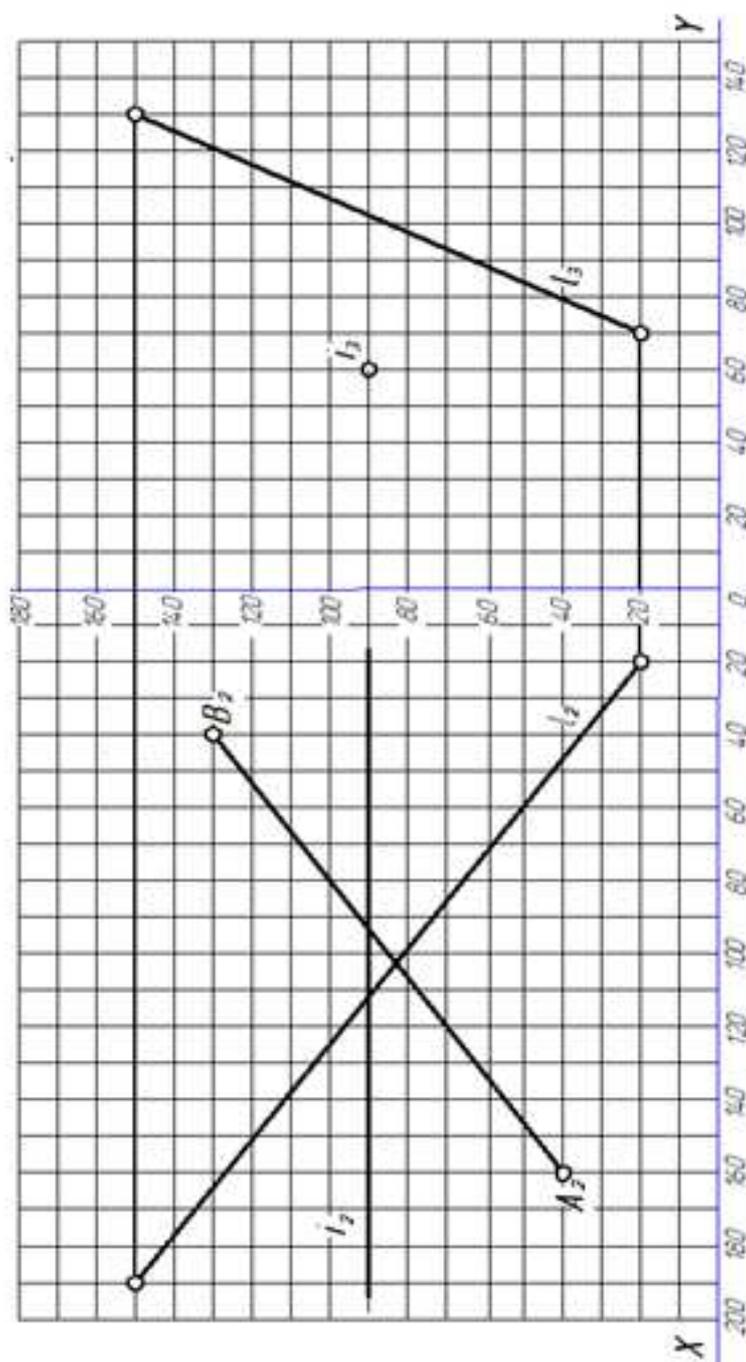
2 способ



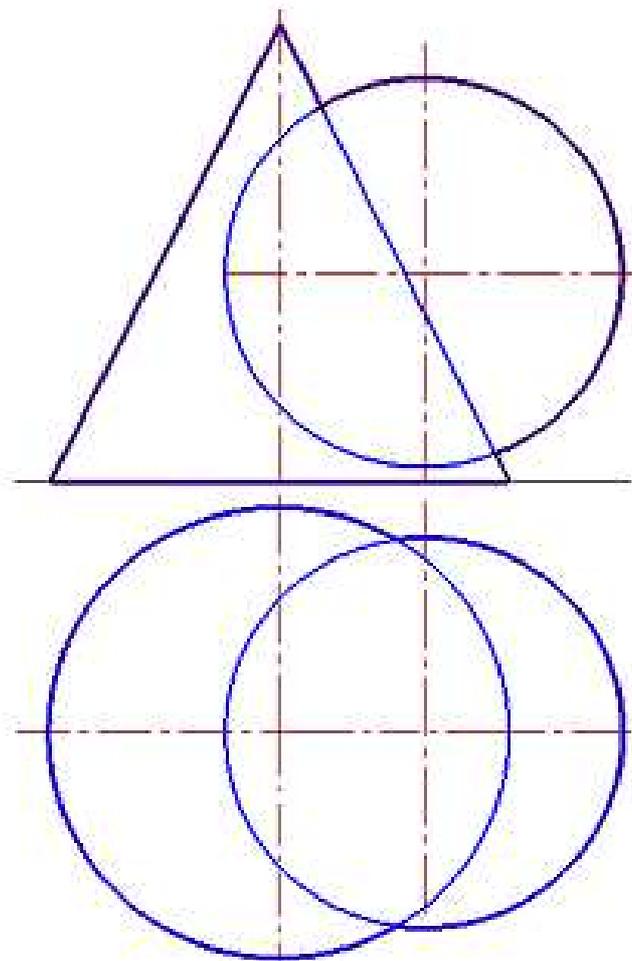
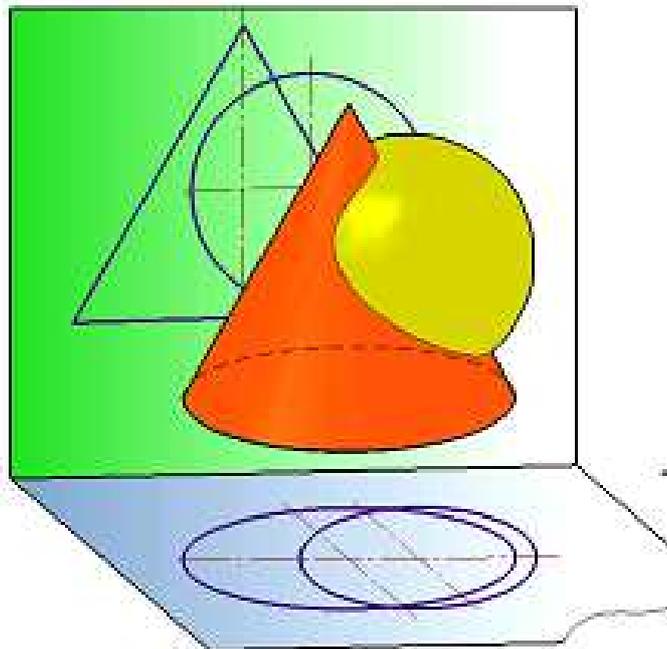
16. Построить линию пересечения двух плоскостей, заданных треугольниками.



17. Построить две проекции поверхности вращения, заданной осью вращения  $l$  и образующей  $l$ . Построить профильную проекцию линии  $AB$ , если  $AB$  принадлежит поверхности.



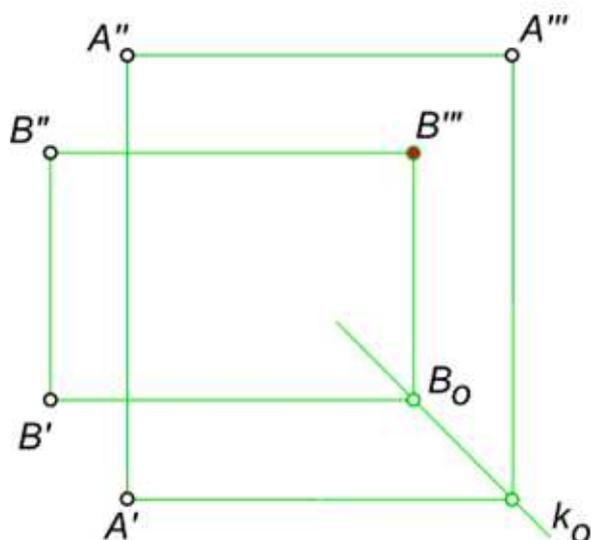
18. Построить линию пересечения конуса со сферой.



## Примеры решения задач на построение эюра

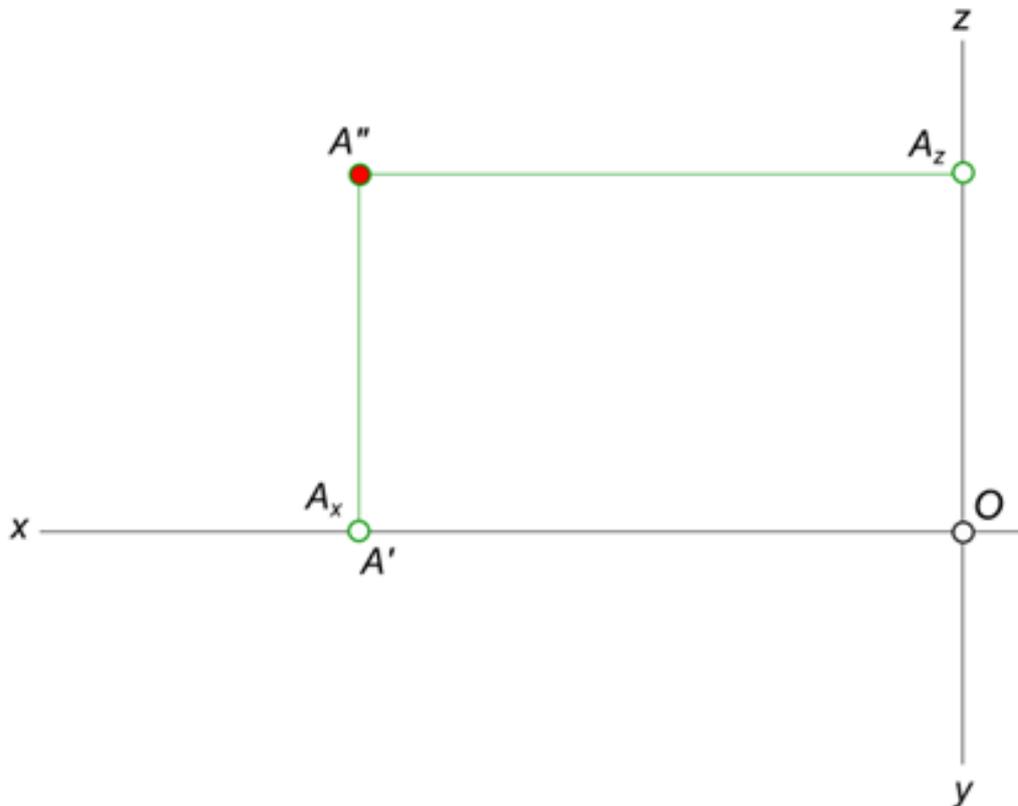
### 1. Эюра точки

Задача № 1. Выполнить построение эюра точки  $V(x, y, z)$ , по двум известным проекциям точки построить третью.



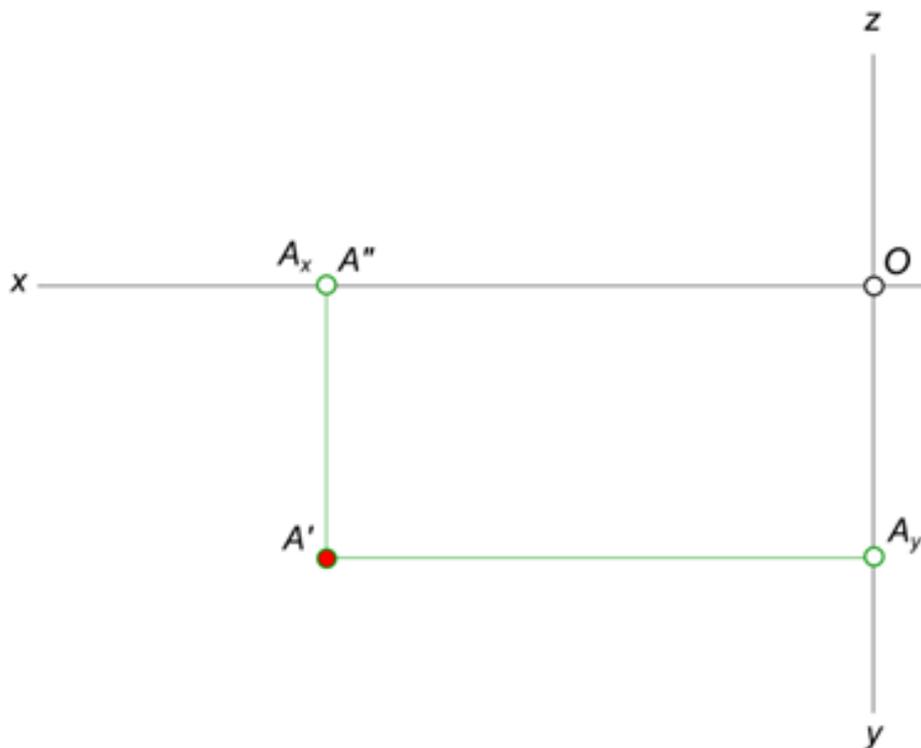
Выполняемое действие	Задаваемое положение	Достигнутая цель
строим $A''' \parallel A_0$ , $A \parallel A_0$	$A'''A_0 \parallel z$ , $A'A_0 \parallel x$	$A'''A_0 \cap A'A_0 = A_0 \Rightarrow k_0$
строим $V_0V''$ , $V_0V''' \perp V''V'''$	$V_0V_0 \parallel x$ , $V_0V''' \parallel z$ , $V''V''' \parallel x$	$V_0V''' \cap V''V''' = V'''$

*Задача № 2. Выполнить построение эллипса точки  $A(x, y, z)$ , принадлежащей только фронтальной плоскости проекций:  $y = 0$ .*



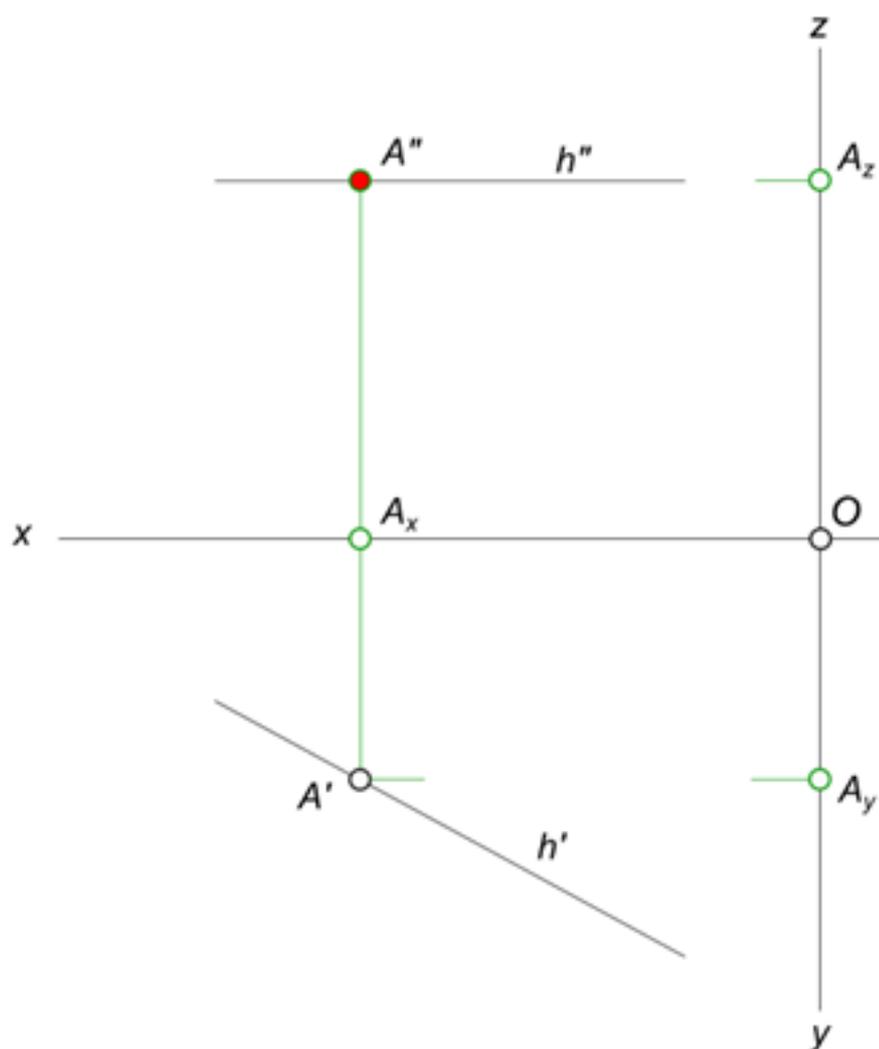
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>Построение осей координат <math>x</math> <math>y</math> <math>z</math></i>		<i><math>O</math> – начало координат</i>
<i>откладываем <math>x</math></i>		<i><math>A_x, A'</math></i>
<i>откладываем <math>z</math></i>		<i><math>A_z</math></i>
<i>строим <math>A''A_x</math></i>	<i>линия связи <math>\perp</math> оси <math>x</math></i>	
<i>строим <math>A''A_z</math></i>	<i>линия связи <math>\perp</math> оси <math>z</math></i>	<i><math>A''A_x \cap A''A_z = A''</math></i>

*Задача № 3. Выполнить построение эюра точки  $A(x, y, z)$ , принадлежащей только горизонтальной плоскости проекций:  $z = 0$ .*



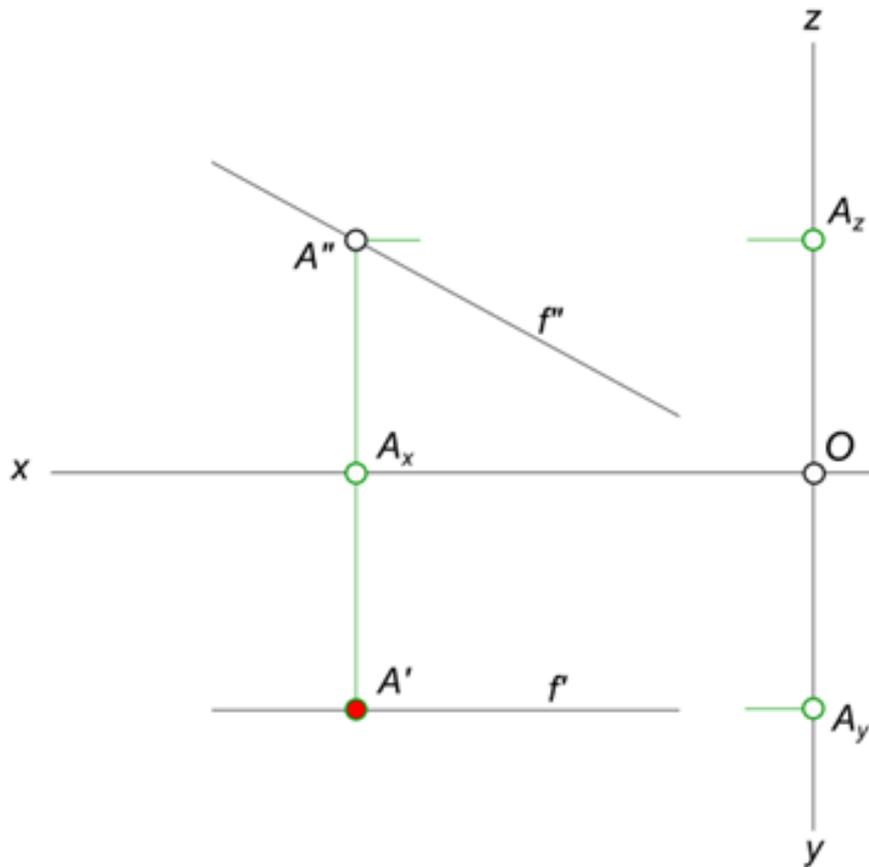
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>Построение осей координат <math>x</math> <math>y</math> <math>z</math></i>		<i><math>O</math> – начало координат</i>
<i>откладываем <math>x</math></i>		<i><math>A_x, A''</math></i>
<i>откладываем <math>y</math></i>		<i><math>A_y</math></i>
<i>строим <math>A'A_x</math> – линия связи</i>	<i><math>\perp</math> оси <math>x</math></i>	
<i>строим <math>A'A_y</math> – линия связи</i>	<i><math>\perp</math> оси <math>y</math></i>	<i><math>A'A_x \cap A'A_y = A'</math></i>

*Задача № 4. Дана горизонтальная прямая  $h$ . Выполнить построение эюра точки  $A(A', A'')$ , принадлежащей прямой  $h$ .*



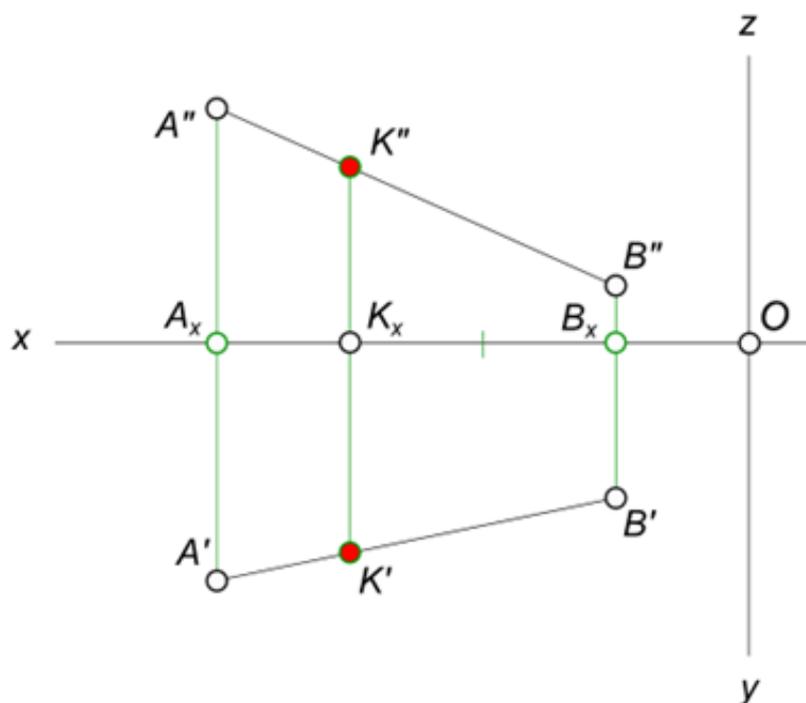
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>откладываем <math>x</math></i>		$A_x$
<i>строим линию связи</i>	$\perp$ оси $x$	$A_x A'' \cap h'' = A''$
<i>строим линию связи</i>	$\perp$ оси $x$	$A_x A' \cap h' = A'$

*Задача № 5. Дана фронтальная прямая  $f$ . Выполнить построение эюра точки  $A(A', A'')$ , принадлежащей фронтальной прямой  $f$ .*



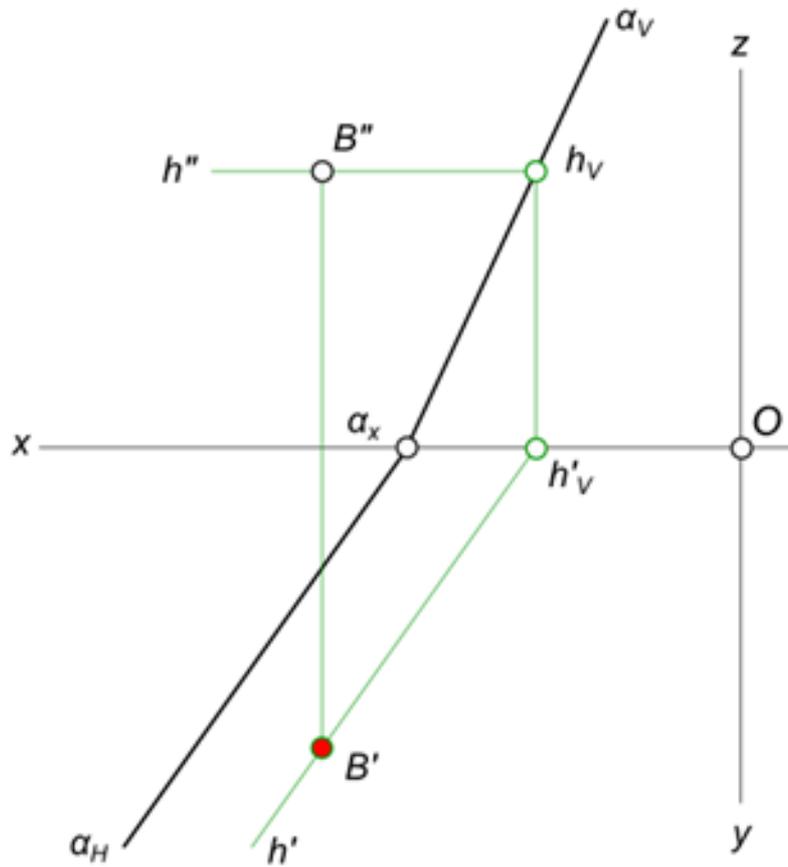
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>откладываем <math>x</math></i>		$A_x$
<i>строим линию связи</i>	$\perp$ оси $x$	$A_x A'' \cap f'' = A''$
<i>строим линию связи</i>	$\perp$ оси $x$	$A_x A' \cap f = A'$

*Задача № 6. Дан отрезок прямой [AB]. Выполнить построение эюра точки K(K', K''), принадлежащей отрезку прямой [AB] и делящей его в отношении [AK]:[KB]=1:2.*



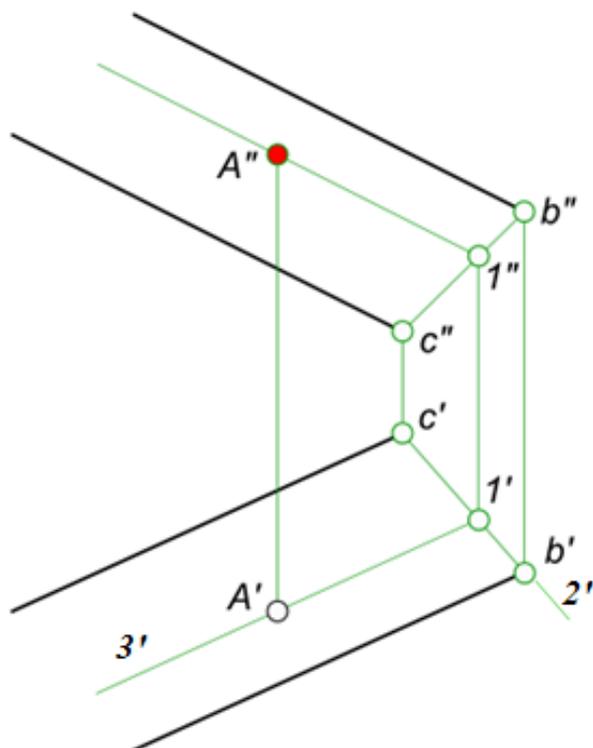
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>делим <math>[A_x, B_x]</math> на 3 равные части</i>		$K_x$
<i>строим линию связи</i>	<i>∥ оси x</i>	$K_x K'' \cap [A'' B''] = K''$
<i>строим линию связи</i>	<i>⊥ оси x</i>	$K_x K' \cap [A' B'] = K'$

*Задача № 7. Дана фронтальная проекция точки  $B$ , принадлежащей плоскости  $\alpha$ . Построить недостающую проекцию точки  $B$ .*



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>строим горизонталь плоскости <math>\alpha - h''</math></i>	<i>через точку <math>B \parallel</math> оси <math>x</math></i>	<i><math>h'' \ni B'' \wedge h'' \in \alpha</math></i>
<i>строим горизонталь плоскости <math>\alpha - h'</math></i>	<i><math>\parallel \alpha_x</math></i>	<i><math>h' \in \alpha</math></i>
<i>строим линию связи точки <math>B</math></i>	<i><math>\perp</math> оси <math>x</math></i>	<i><math>B'' \in h'' \wedge B' \in h' \Rightarrow B'' B' \cap h' = B'</math></i>

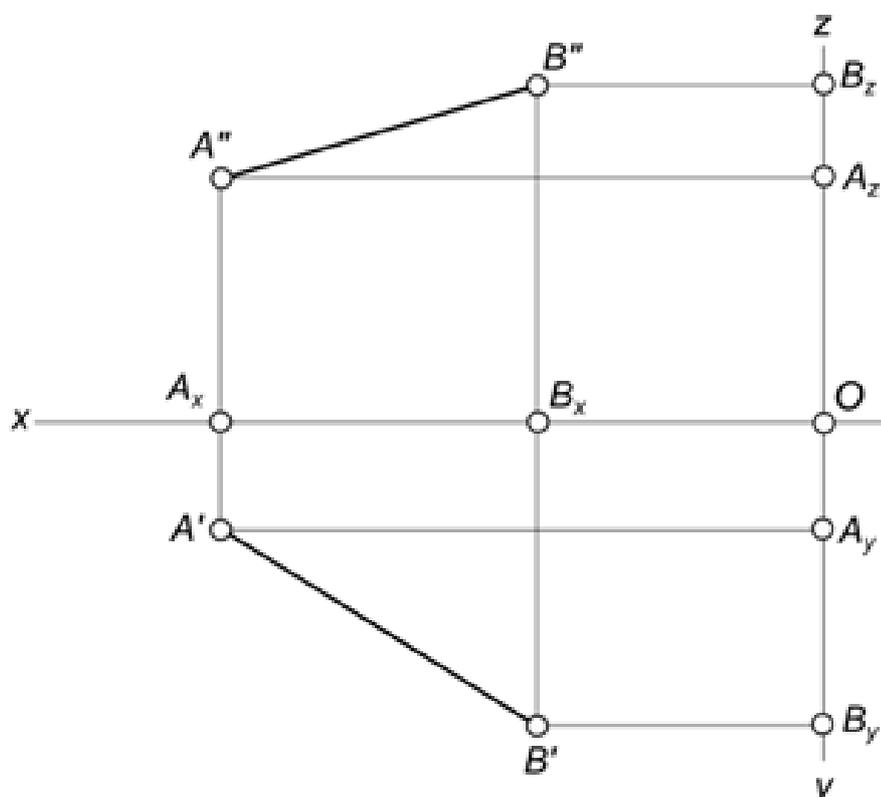
*Задача № 8. Дана горизонтальная проекция точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\alpha(b \parallel c)$ . Построить недостающую проекцию точки  $A$ .*



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>строим прямую 12</i>	$12 \parallel c'b'$	
<i>строим прямую 3''</i>	$3'' \perp c'x$	
<i>строим линию связи точки <math>A</math></i>	$\perp$ оси $x$	$A' A'' \cap 3'' A'' = A''$

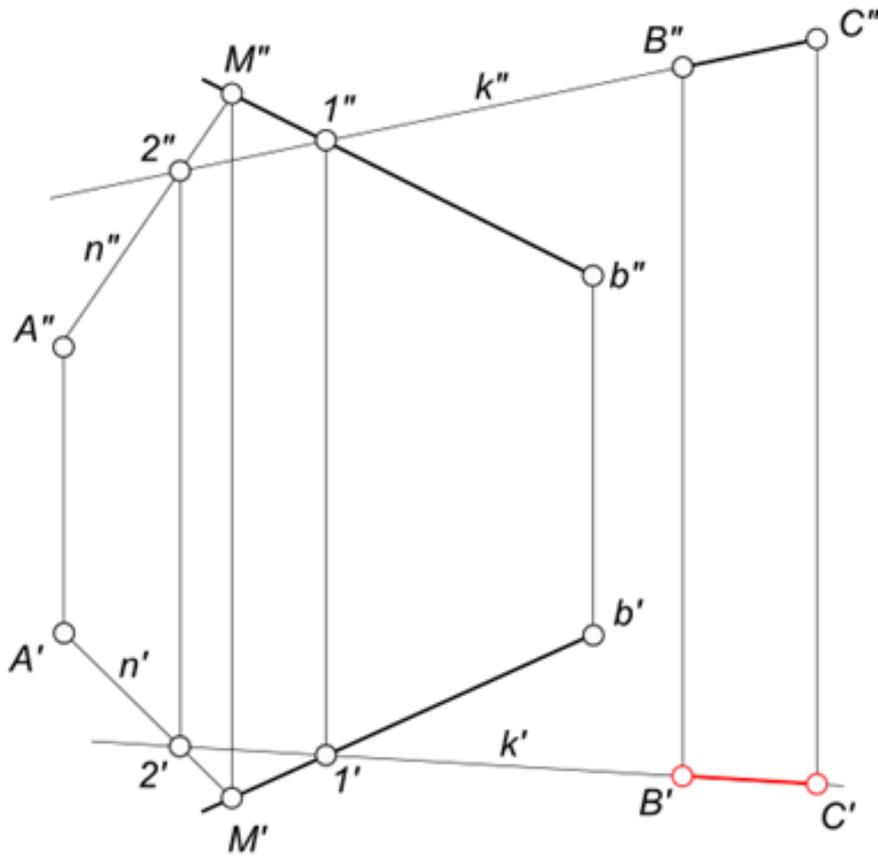
## 2. Эюра прямой

*Задача № 1. Даны точки  $A(93; 15; 38)$ ,  $B(42; 47; 52)$ . Выполнить построение эюра прямой  $[AB]$ .*



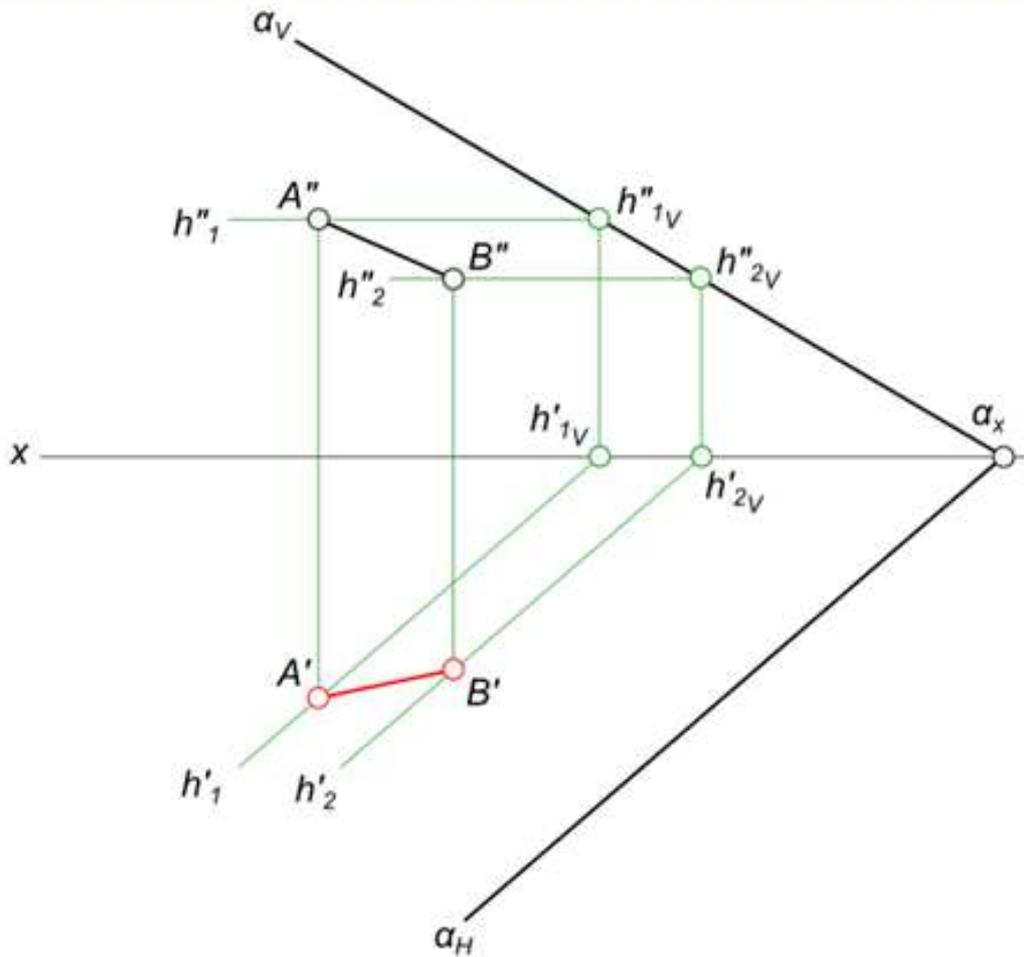
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>построение осей координат <math>x</math> <math>y</math> <math>z</math></i>		<i><math>O</math> - начало координат</i>
<i>откладываем <math>x</math> точки <math>A</math>; <math>x</math> точки <math>B</math></i>		<i><math>A_x</math>, <math>B_x</math></i>
<i>откладываем <math>y</math> точки <math>A</math>; <math>y</math> точки <math>B</math></i>		<i><math>A_y</math>, <math>B_y</math></i>
<i>откладываем <math>z</math> точки <math>A</math>; <math>z</math> точки <math>B</math></i>		<i><math>A_z</math>, <math>B_z</math></i>
<i>строим: <math>A''</math> <math>A_z A'</math>, <math>B''</math> <math>B_z B'</math></i>	<i>линия связи <math>\perp</math> оси <math>x</math></i>	
<i>строим: <math>A''</math> <math>A_z</math>; <math>B''</math> <math>B_z</math></i>	<i>линия связи <math>\perp</math> оси <math>z</math></i>	<i><math>A'' A_x \cap A'' A_z = A''</math>, <math>B'' B_x \cap B'' B_z = B''</math></i>
<i>строим: <math>A' A_y</math>; <math>B' B_y</math></i>	<i>линия связи <math>\perp</math> оси <math>y</math></i>	<i><math>A_z A' \cap A_z A'' = A'</math>; <math>B_z B' \cap B_z B'' = B'</math></i>
<i>соединяем точки <math>A'</math> и <math>B'</math>, <math>A''</math> и <math>B''</math></i>		<i><math>[A'B']</math>, <math>[A''B'']</math></i>

*Задача № 2. Дана фронтальная проекция отрезка [BC], принадлежащего плоскости  $\alpha(A, b)$ . Построить горизонтальную проекцию отрезка [BC].*



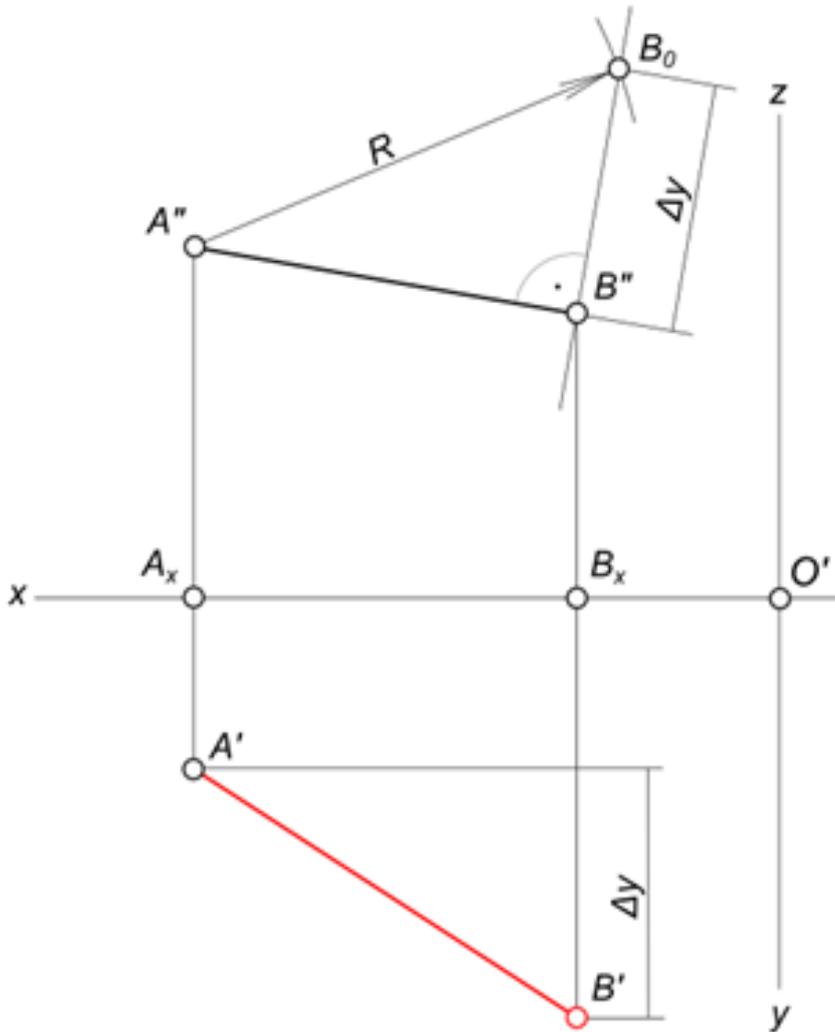
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
$[BC] \in k$	$k \cap b$	$k'' \cap b'' = 1'' \Rightarrow 1'$
$A \in n$	$n \cap b \wedge n \cap k$	$n'' \cap b'' = M'' \Rightarrow M' \wedge n'' \cap k'' = 2'' \Rightarrow 2'$

*Задача № 2а. Дана фронтальная проекция отрезка [AВ], принадлежащего плоскости. Построить горизонтальную проекцию отрезка [AВ].*



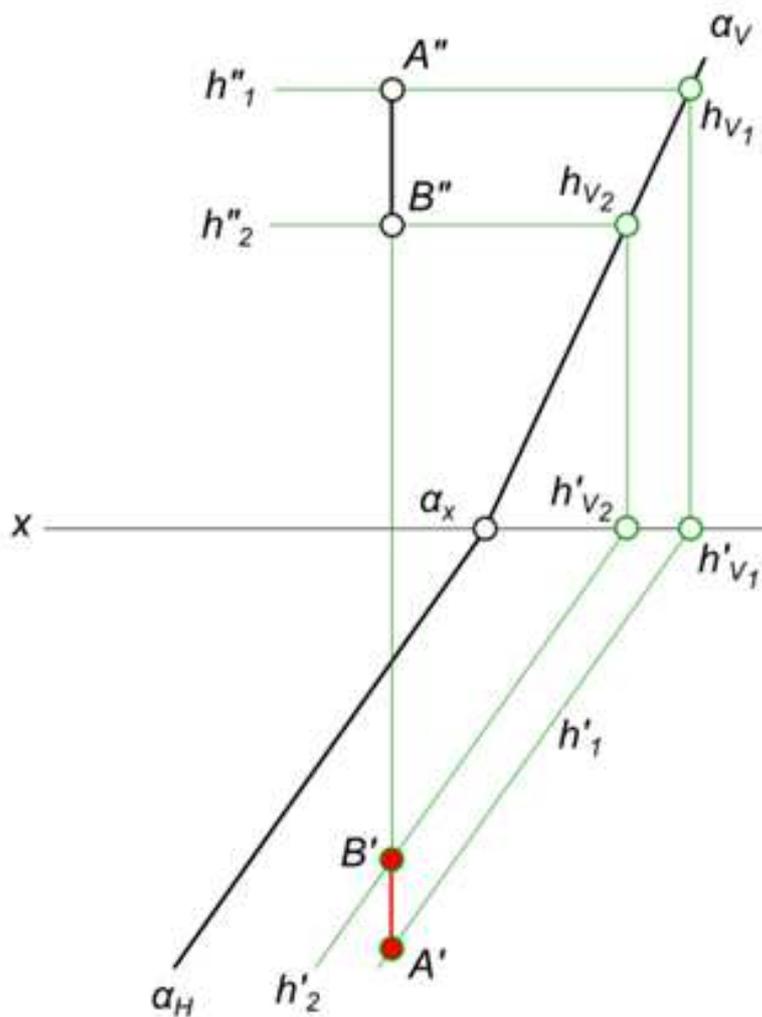
<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
$A \in h_1 \wedge h_1 \in \alpha$	$h''_1 \parallel \text{оси } x \Rightarrow h'_1 \parallel \alpha_H$	$h'_1 \cap A''A_x A' = A'$
$B \in h_2 \wedge h_2 \in \alpha$	$h''_2 \parallel \text{оси } x \Rightarrow h'_2 \parallel \alpha_H$	$h'_2 \cap B''B_x B' = B'$

*Задача №3. Даны проекции отрезка  $[AB]$  ( $[A'_{-}]$ ,  $[A''B''_{-}]$ ). Построить недостающую проекцию отрезка  $[A'B']$ , если действительная величина отрезка  $[AB] = R$  и  $B_y$  больше  $A_y$ .*



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>построим направление <math>\Delta y \perp [B''A'']</math></i>	<i>проведем дугу радиусом <math>R</math></i>	$R \cap \Delta y = B_0$
<i>измерим <math>\Delta y</math></i>	$A_y + \Delta y = B_y$	$(B''B_0) \cap B_yB' = B' \Rightarrow [B'A']$

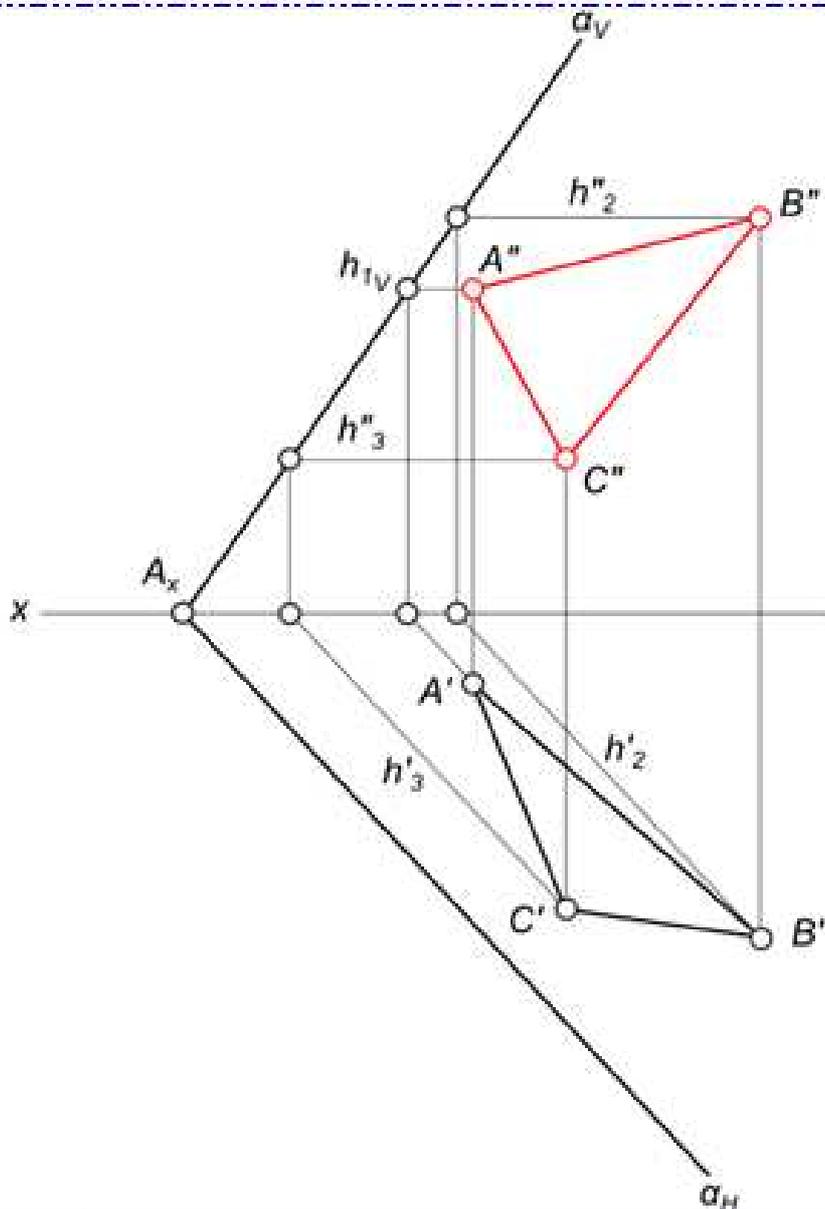
*Задача № 4. Даны проекции отрезка [AB] ( $[A'B']$ ,  $[A''B'']$ ).  
Построить недостающую проекцию отрезка [AB].*



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
$A \in h'_1 \wedge h'_1 \in \sigma$	$h''_1 \parallel \text{оси } x \Rightarrow h'_1 \parallel \sigma_H$	$h'_1 \cap A''A_xA' = A'$
$B \in h'_2 \wedge h'_2 \in \sigma$	$h''_2 \parallel \text{оси } x \Rightarrow h'_2 \parallel \sigma_H$	$h'_2 \cap B''B_xB' = B'$

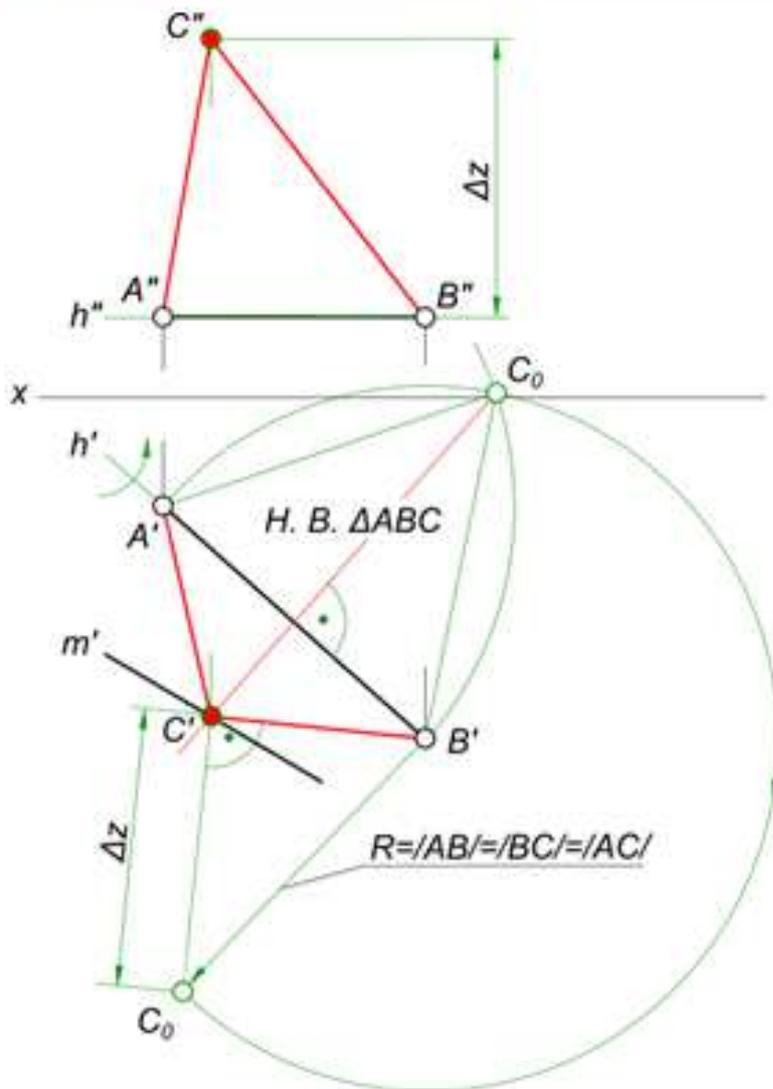
### 3. Эюра плоскости

Задана № 1. Эюра плоскости  $\alpha$  задана следами  $\alpha_H$  и  $\alpha_V$ . Треугольник  $\Delta ABC$ , лежащий в плоскости  $\alpha$ , задан проекцией  $\Delta A'B'C'$ . Построить недостающую проекцию треугольника  $\Delta A''B''C''$ , используя главные линии плоскости.



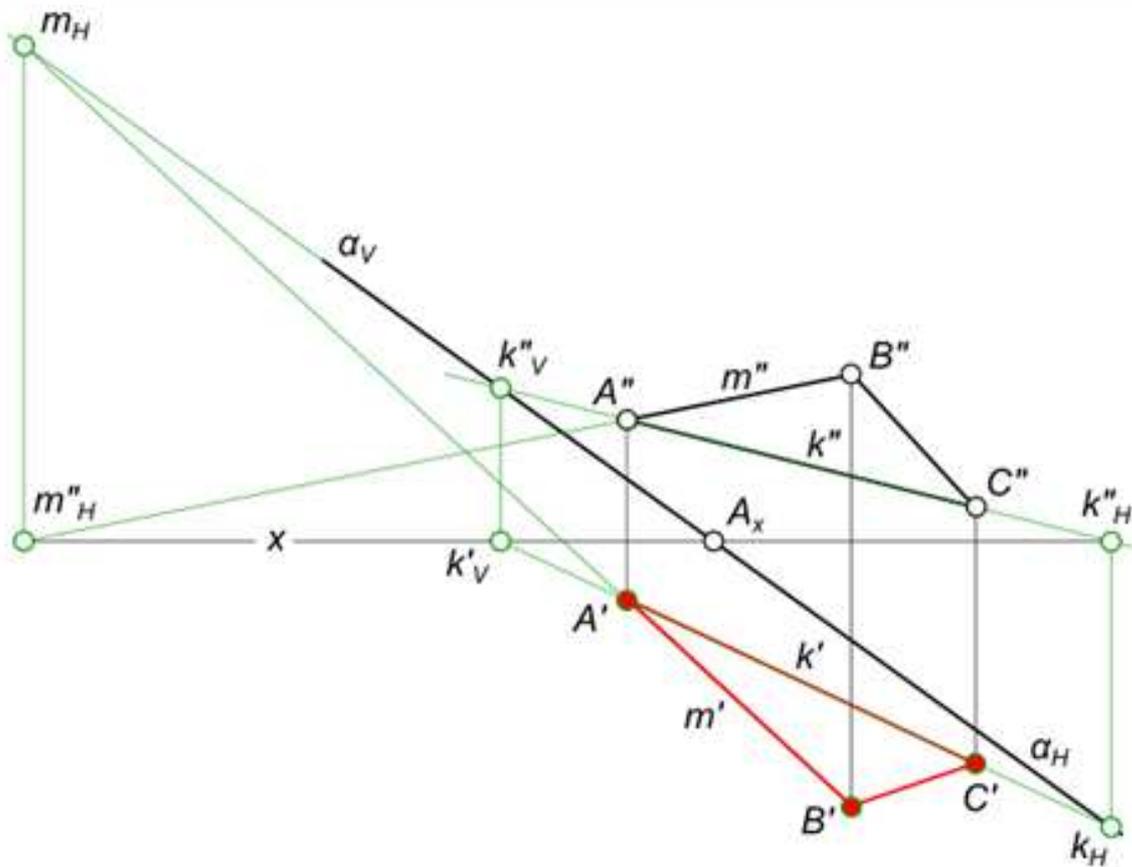
Выполняемое действие	Заданное положение	Достигнутая цель
$A \in h_1 \wedge h_1 \in \alpha$	$h'_1 \parallel \alpha_H \Rightarrow h''_1 \parallel \text{оси } x$	$h''_1 \cap \underline{A'A_1A''} = A''$
$B \in h_2 \wedge h_2 \in \alpha$	$h'_2 \parallel \alpha_H \Rightarrow h''_2 \parallel \text{оси } x$	$h''_2 \cap \underline{B'B_2B''} = B''$
$C \in h_3 \wedge h_3 \in \alpha$	$h'_3 \parallel \alpha_H \Rightarrow h''_3 \parallel \text{оси } x$	$h''_3 \cap \underline{C'C_3C''} = C''$

**Задача № 2.** На построение эллипа плоскости равностороннего треугольника  $ABC$ , с основанием  $AB(A'B', \dots)$ , которое принадлежит горизонтальной прямой  $h(h', h'')$ , а вершина  $C$  принадлежит прямой  $m'$ . Построить недостающие проекции треугольника.



- Эллипс плоскости равностороннего треугольника  $ABC$ , строится по следующим правилам:
- линия  $AB$  - линия на которой изображены, представляется собой прямую линию - горизонтальную прямую или как  $A'B' \parallel h$ . На горизонтальной плоскости проекция ее представляется в натуральную величину.
  - Выполняем построение  $BC'$
  - с помощью горизонтальной линии равностороннего треугольника  $ABC$ , которая имеет длину стороны вращаем вокруг горизонтальной  $h$ ;
  - в перспективной плоскости изображаем двойную точку  $C$  и, прямой  $m'$  находим  $C'$ .
  - По способу прямоугольного треугольника определяем  $\Delta x = xC - xB'$
  - с помощью  $D \equiv B'$  откладываем дугу радиусом  $R = AB = BC = CA$  по направлению от центра  $D$  в точку  $C_0$ ;
  - определяем разность плоскостей линии  $BC - \Delta x$ .
  - Определяем  $\Delta x$  по формуле: в плоскости проекции от точки  $B'$  по линии проекционной связи находим точку  $C''$ .

*Задача № 3. Эпюра плоскости  $\alpha$  задана следами  $\alpha_H$  и  $\alpha_V$ . Треугольник  $\Delta ABC$ , лежащий в плоскости  $\alpha$ , задан проекцией  $\Delta A''B''C''$ . Построить недостающую проекцию треугольника  $\Delta A'B'C'$ , используя прямые общего положения в плоскости.*



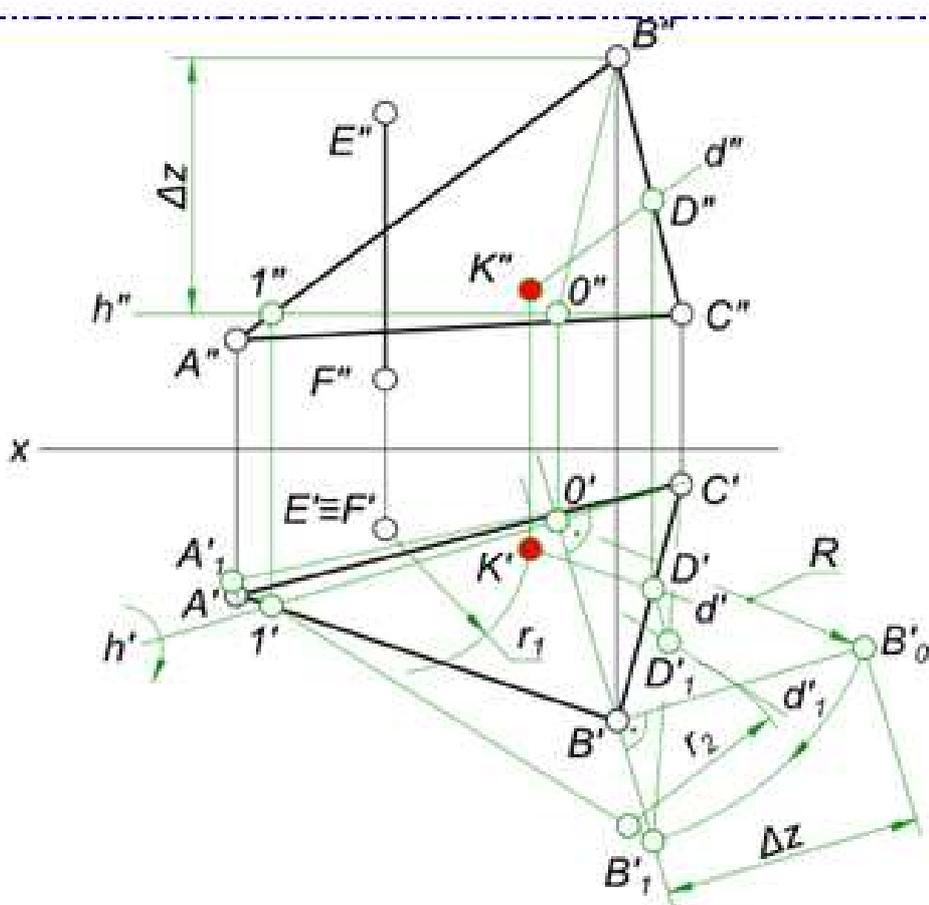
*Эпюра плоскости треугольника  $ABC$ , строится по следующему плану:*

- *выбираем стороны треугольника соответствующие определению прямых общего положения. Это отрезок  $AB$  прямой  $m$  и отрезок  $AC$  прямой  $k$ ;*
- *находим их горизонтальные проекции, построив следы прямых  $m$  и  $k$ ;*
- *находим горизонтальные проекции вершин треугольника по линиям проекционной связи, как принадлежащие прямым  $m$  и  $k$ .*

## Примеры решения задач на построение натуральной величины

### 1. Вращением вокруг горизонтали

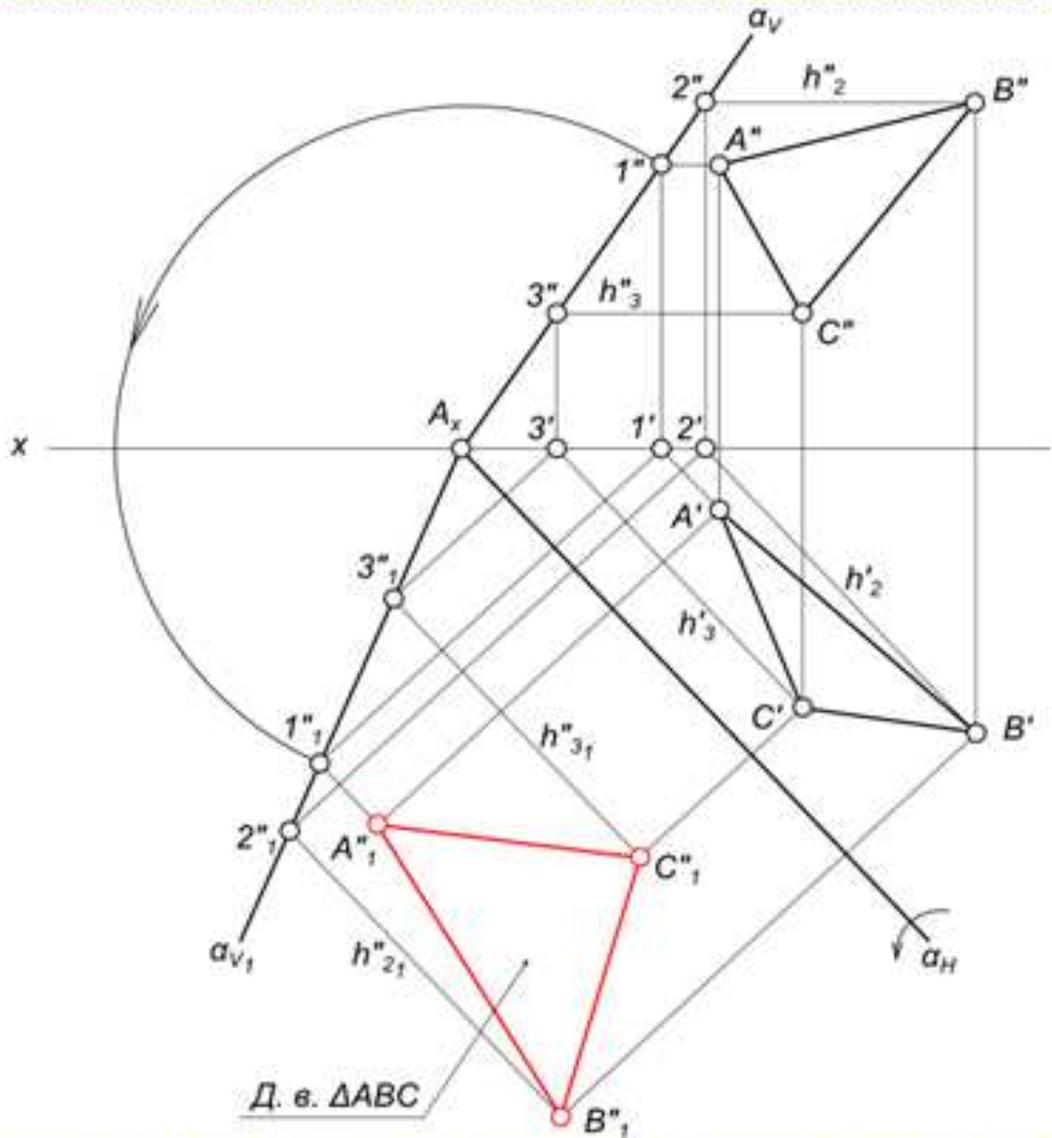
*Задача № 1. В треугольнике ABC построить точку, отстоящую от прямой AB на расстоянии  $r_2 = 25$  мм, а от прямой EF на расстоянии  $r_1 = 20$  мм.*



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Задаваемое положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
<i>проводим <math>h</math></i>	$h'' \parallel x; C \in h$	$t' \Rightarrow h'$
<i>вращаем ABC вокруг <math>h</math></i>	$O'B' \perp h'; R \cap O'B'$	$B'_1 \Rightarrow A'B'_1C'$ (Д.В.)
<i>проводим <math>d'_1</math></i>	$d'_1 \parallel A'B'_1$	$d'_1 \cap B'_1C' = D'_1 \Rightarrow D'_1D''$
<i>проводим <math>d', d''</math></i>	$d' \parallel A'B'; d'' \parallel A'B''$	$d' \cap r_2 = K'; d'' \cap r_1 = K''$

## 2. Способом совмещения

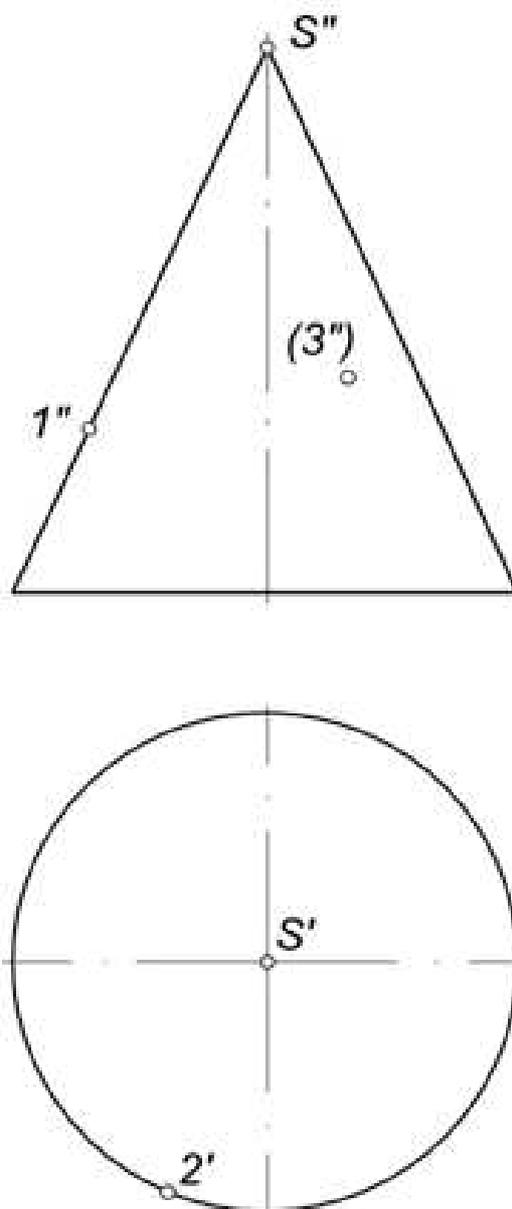
Задача № 1. Даны проекции треугольника ABC, принадлежащего плоскости  $\alpha$ . Построить действительную величину треугольника ABC, используя способ совмещения плоскости  $\alpha$  с горизонтальной плоскостью проекций

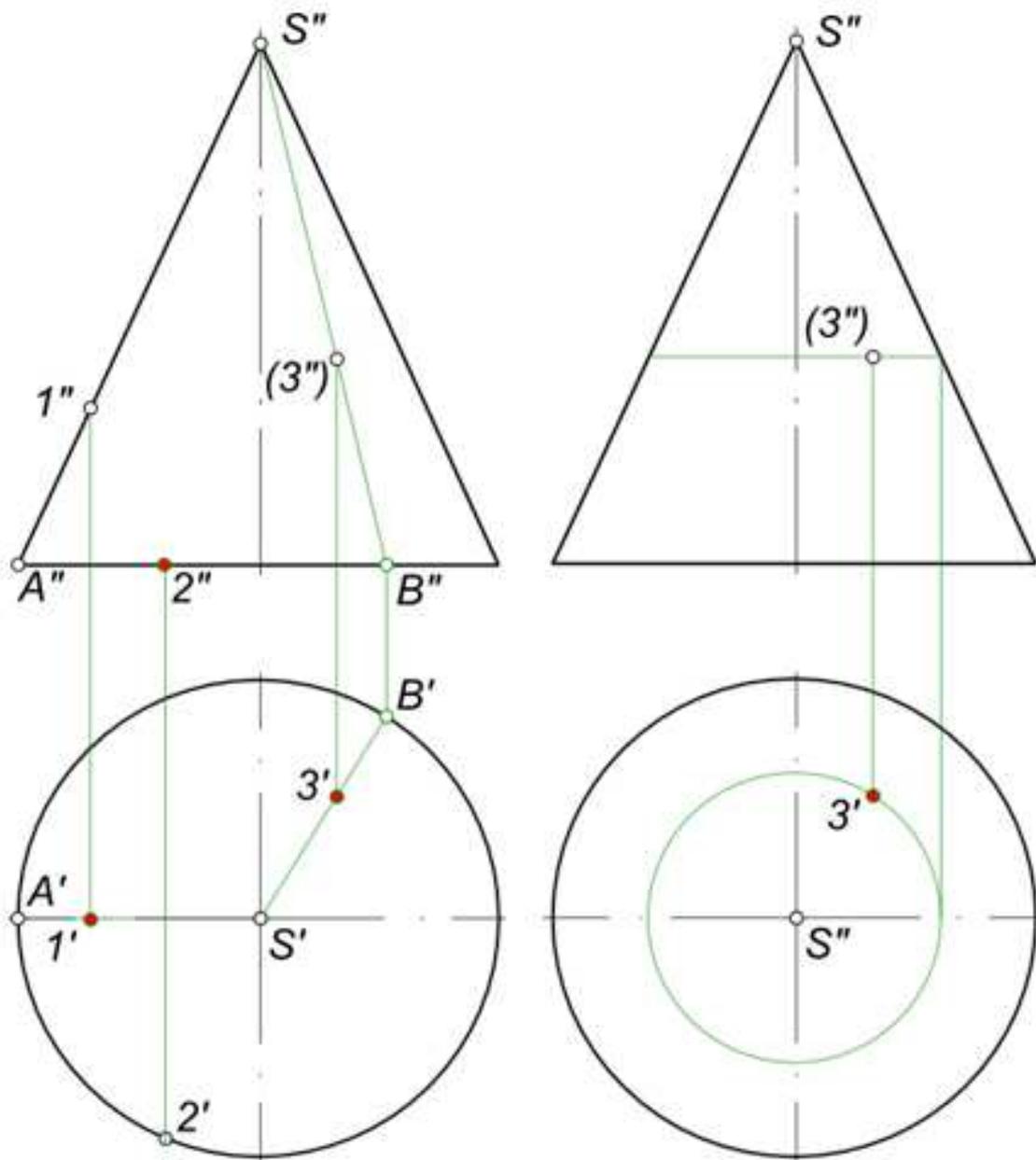


Выполняемое действие	Задаваемое положение	Достигнутая цель
$h''_1 \parallel \text{оси } x \cap \alpha_v = 1''$	$A_x 1'' \cap 1' 1''_1 = \alpha_v$	$(h''_1)_1 \cap A'A''_1 = A''_1$
$h''_2 \parallel \text{оси } x \cap \alpha_v = 2''$	$\alpha_v \cap 2' 2''_1 = 2''_1$	$(h''_2)_1 \cap B'B''_1 = B''_1$
$h''_3 \parallel \text{оси } x \cap \alpha_v = 3''$	$\alpha_v \cap 3' 3''_1 = 3''_1$	$(h''_3)_1 \cap C'C''_1 = C''_1$

*Примеры решения задач  
на принадлежность точки поверхности*

*Задача № 1. Построить недостающие проекции точек 1, 2 и 3 принадлежащих поверхности конуса. Точка 1( $1'$ ) принадлежит очерковой образующей конуса SA, точка 2( $2'$ ) – основанию конуса и точка 3( $3''$ ) принадлежит образующей конуса SB.*



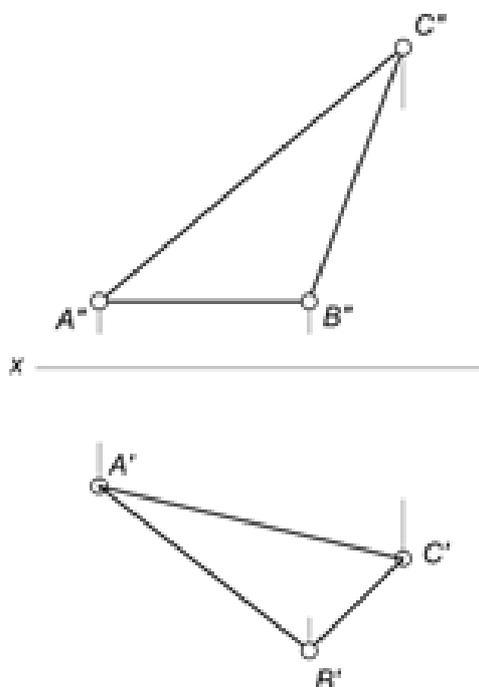


*Горизонтальная проекция точки 1 принадлежит горизонтальной проекции  $S'A'$ , а фронтальная проекция  $2''$  точки 2 – фронтальной проекции основания. Недостающая проекция  $3'$  точки 3 построена двумя способами:*

- с помощью образующей  $SB$ ;*
- параллели проходящей через точку 3.*

## Построение пирамиды

**Задача № 1.** Выполнить построение пирамиды с основанием  $ABC$ , высота  $SA$  которой равна 30 мм. Определить видимость граней пирамиды.



Решение задачи на построение пирамиды выполняем поэтапно:

I. Сначала необходимо уяснить условие задачи:

- даны проекции треугольного основания пирамиды;
- проекция вершины  $S$  пирамиды не известна, ее необходимо построить из условия: высота пирамиды – отрезок  $SA$  равный 30 мм;
- также необходимо вспомнить, что высота пирамиды равна величине перпендикуляра опущенного из ее вершины на плоскость основания;
- из всего этого следует, что  $SA$  есть перпендикуляр к треугольному основанию пирамиды;

II. После осмысления необходимо составить план решения задачи:

- восстановить перпендикуляр к основанию пирамиды из точки  $A$ ;
- на перпендикуляре построить проекцию вершины  $S$  пирамиды, воспользовавшись способом прямоугольного треугольника;
- соединить прямыми линиями вершину  $S$  с треугольным основанием;
- выполнить определение видимости граней пирамиды;

III. Приступаем к реализации плана решения задачи:

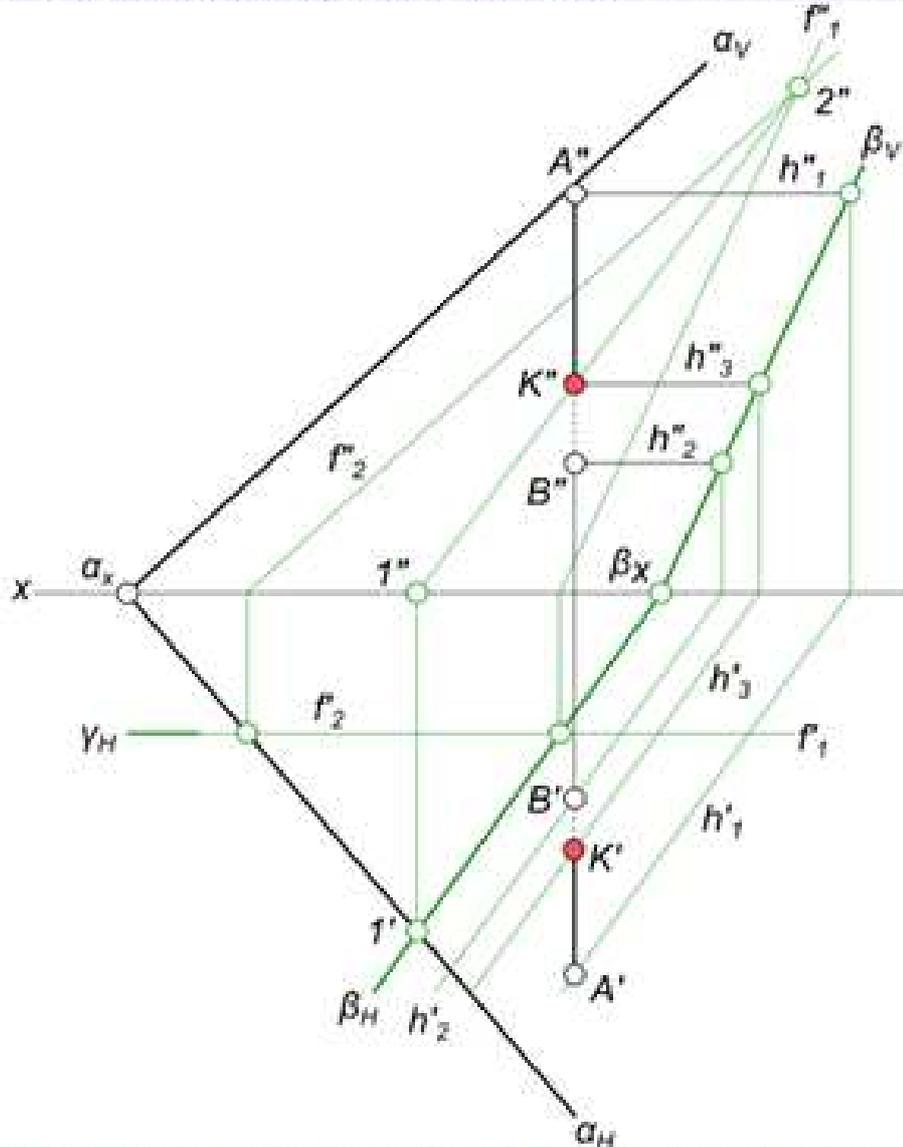
Восстанавливаем перпендикуляр к основанию пирамиды из точки  $A$



## Примеры решения задач на пересечение

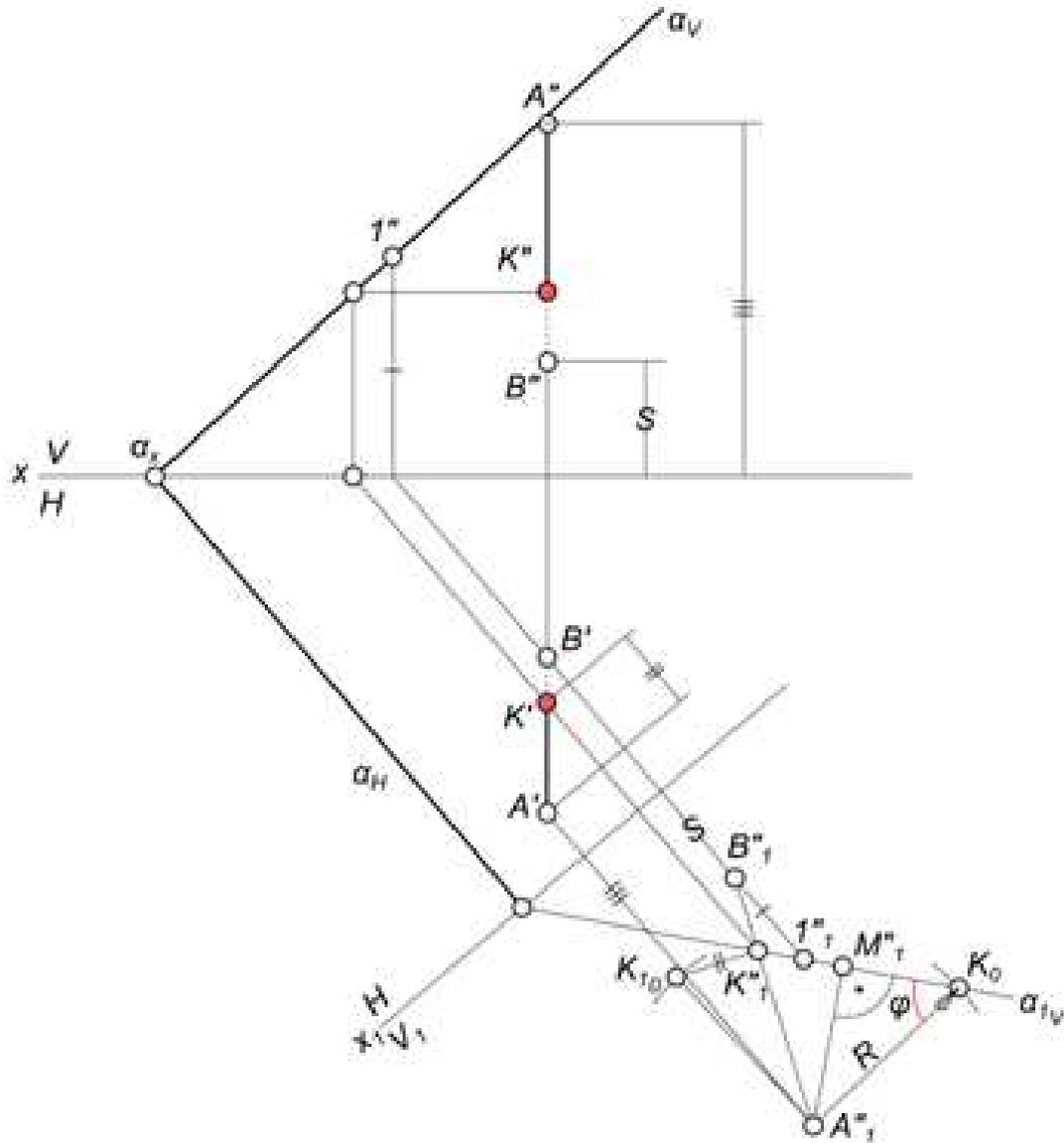
### 1. Пересечение прямой и плоскости

**Задача № 1.** Найти точку пересечения плоскости  $\alpha$  и отрезка  $[AB]$  профильной прямой, указать видимость.



<i>Выполняемое действие</i>	<i>Заданное положение</i>	<i>Достигнутая цель</i>
$[AB] \in \beta$ $A \in h_1, B \in h_2$	$h'_2 h'_2 \cap \alpha_x, h_2 h_2 \cap V$	$\beta_x, \beta_z, \beta_v$
$\beta \cap \alpha$	$\beta_x \cap \alpha_x, \beta_v \cap \alpha_v$	$1'' - 2'', 1'$
$1'' - 2'' \cap [AB]$	$1'' - 2'' \cap [A''B'']$	$K'' \Rightarrow K$

Задача № 2. Найти точку пересечения плоскости  $\alpha$  и отрезка прямой  $[AB]$ , указать видимость. Определить угол между прямой  $[AB]$  и плоскостью  $\alpha$



Выполняемое действие	Заданное положение	Достигнутая цель
заменяем $x(V/H)$ на $x_1(V_1/H)$	$L_{\alpha_1} \Gamma \Rightarrow \Gamma_1 \Rightarrow \alpha_{H_1}$	$A_1B_1 \cap (\alpha_{H_1} - K_1 \in K_1)$
$A''M_1$	$A''M_1 \perp \alpha_{H_1}$	$M_1$
$K''K_2$	$K''K_2 \perp A''K_1$	$IA''K_2 - R \cap \alpha_{H_1} - K_2 \in \alpha$

## 2. Пересечение плоскостей

**Задача № 1.** Выполнить построение фронтальной и горизонтальной проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения, заданных треугольным отсеком  $ABC$  и ромбовым отсеком  $DEFG$ .

Построить линию пересечения двух плоскостей общего положения, заданных треугольником  $ABC$  и параллелограммом  $DEFG$ , проекции вершины  $G(G', G'')$  которого требуется предварительно достроить. Данные представлены координатами  $x, y, z$  точек  $A, B, C, D, E$  и  $F$ .

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
$x$	120	15	100	40	130	85
$y$	30	30	70	30	10	70
$z$	70	80	15	20	40	70

По заданным координатам точек построим графическое условие задачи – фронтальную и горизонтальную проекции треугольной плоскости  $ABC$  и проекции трех вершин  $D, E$  и  $F$ ;

– вершину  $G(G', G'')$  достроить (проведем  $D'G' \parallel E'F', F'G' \parallel E'D'$  и  $F''G'' \parallel E''D'', D''G'' \parallel E''F''$ ).

Поскольку проекции заданных плоскостей общего положения  $ABC$  и  $DEFG$  на чертеже накладываются, то для построения линии их пересечения используется алгоритм построения точки пересечения прямой с плоскостью. Алгоритм выполняется дважды, так как для построения прямой пересечения плоскостей требуется две общие точки.

**План решения задачи**

1. Построим точку  $K(K', K'')$  пересечения прямой  $AB$  с  $DEFG$  – заключим прямую  $AB$  (сторону треугольника  $ABC$ ) во вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость  $\alpha(\alpha_0)$ ; – построим линию пересечения 1-2 ( $1'-2', 1''-2''$ ) вспомогательной плоскости  $\alpha$  с параллелограммом  $DEFG$ ; – определим проекции точки пересечения  $K(K', K'')$  стороны  $AB$  с плоскостью  $DEFG$ , проведя фронтальные проекции построенной вспомогательной линии  $1'-2'$  и  $A''B''$  стороны  $AB$  до их взаимного пересечения.

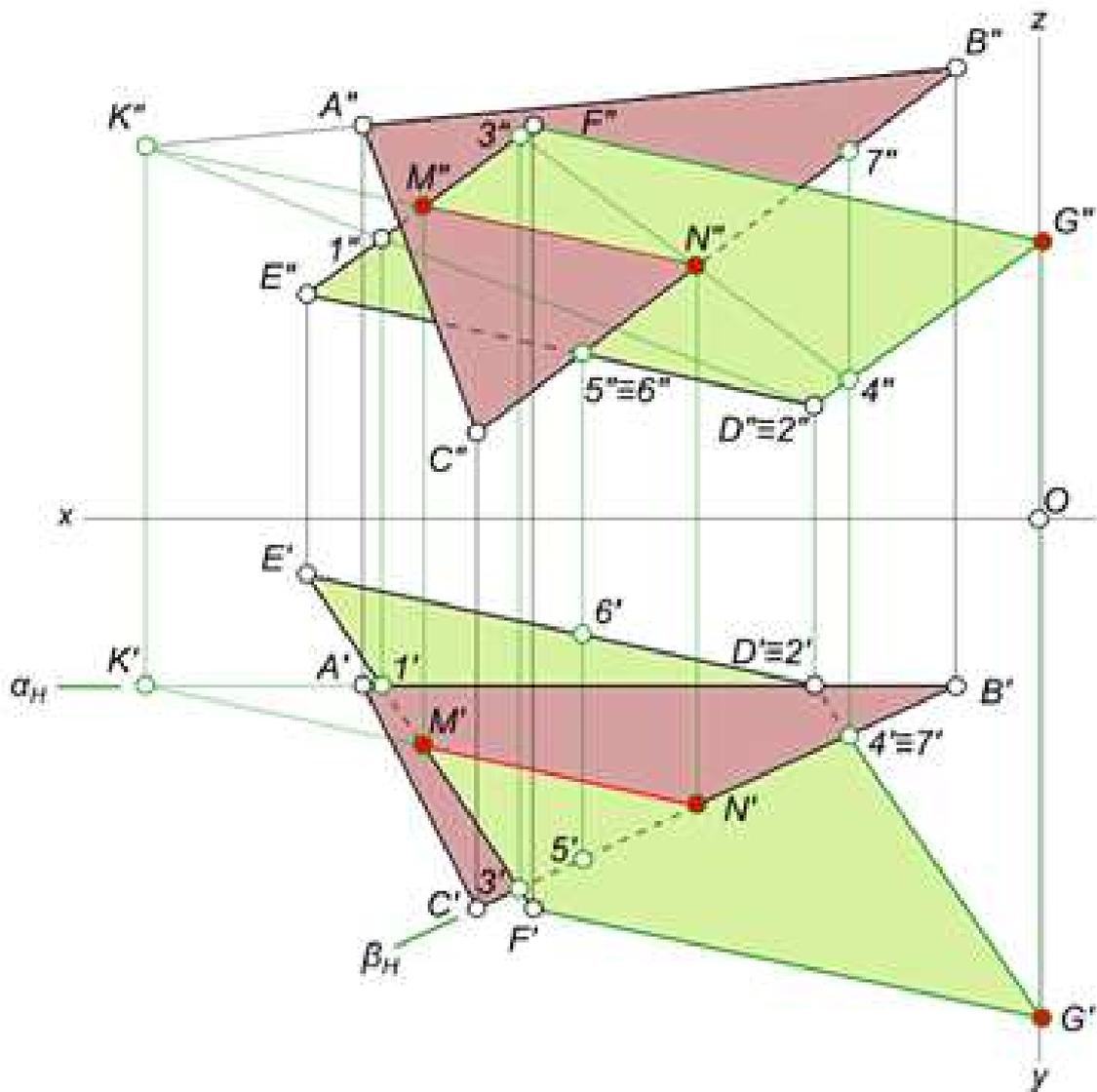
2. Повторим действия алгоритма и построим проекции второй точки  $N(N', N'')$  пересечения прямой  $BC$  с плоскостью  $DEFG$ , заключив ее во вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость  $\beta(\beta_0)$ . Соединим

одноименные проекции построенных точек (в пределах треугольника и параллелограмма рассматривается линия MN).

3. Определим относительную видимость плоскостей ABC и DEFG, рассмотрим две пары конкурирующих точек:

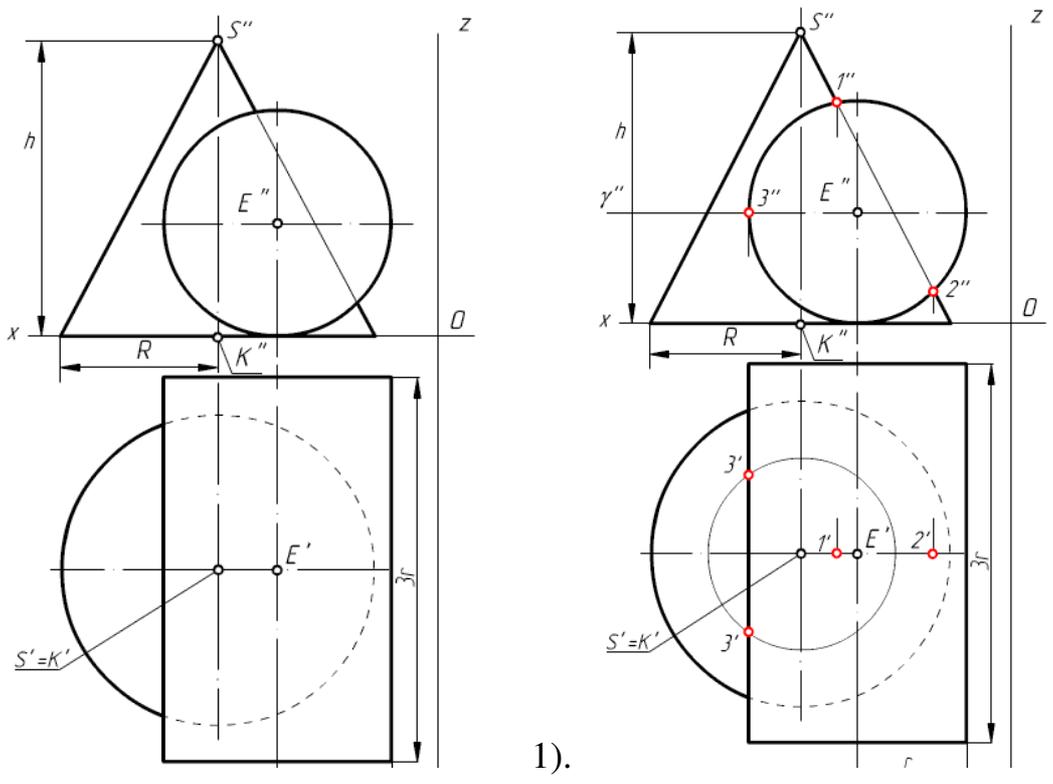
- 5 и 6 для определения видимости на фронтальной плоскости проекции;

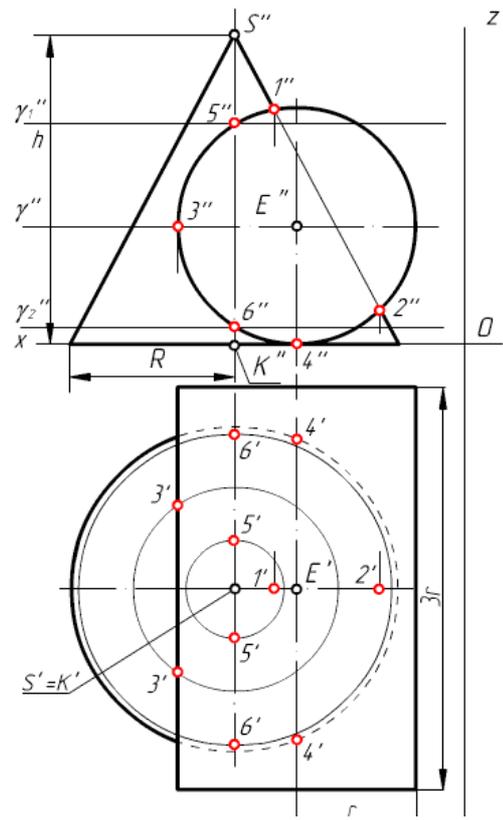
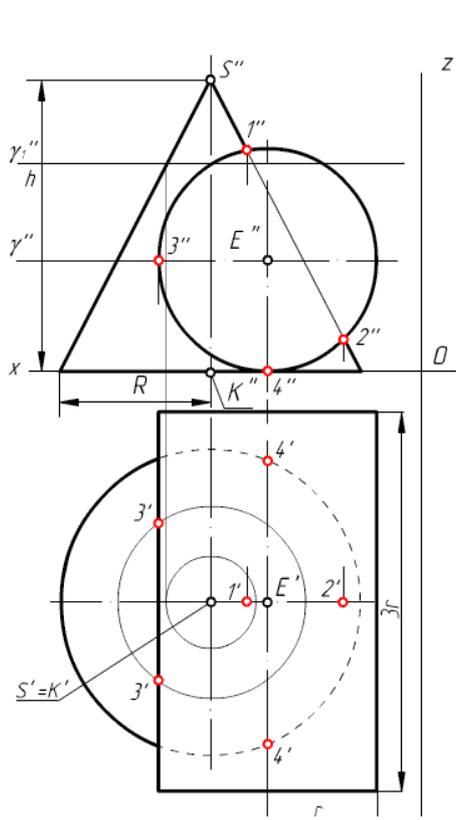
- 4 и 7 для определения видимости на горизонтальной плоскости проекции.



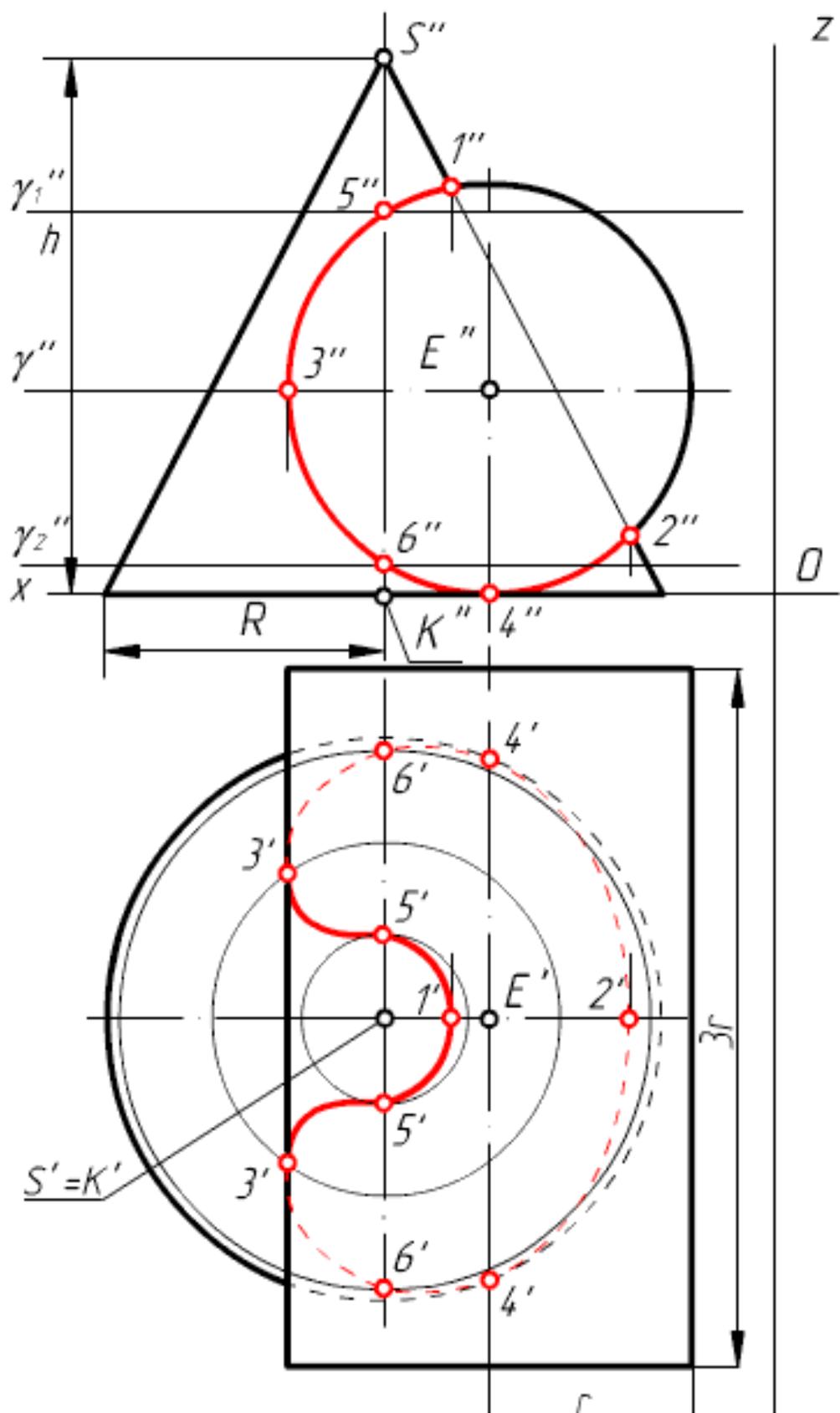
### 3. Пересечение поверхностей

**Задача № 1.** Построить линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения – взаимно перпендикулярные проецирующие скрещивающиеся прямые. Решение иллюстрируется этапами 1, 2, 3





Окончательное решение



## Вопросы для самоконтроля знаний

1. Аппарат проецирования. Методы проецирования.
2. Основные свойства параллельного проецирования.
3. Комплексный чертеж точки (названия и обозначения основных плоскостей проекций). Постоянная Монжа.
4. Прямая общего положения (комплексный чертеж, обозначения).
5. Определение длины отрезка методом прямоугольного треугольника.
6. Определение следов прямой.
7. Прямые частного положения (их изображения на комплексном чертеже).
8. Взаимное положение точек и прямых, двух прямых.
9. Теорема о проецировании прямого угла.
10. Способы задания плоскости на комплексном чертеже.
11. Плоскости общего и частного положения.
12. Следы плоскости.
13. Главные линии плоскости, линия ската.
14. Взаимное положение точек прямых и плоскостей.
15. Свойства проекций плоских углов.
16. Методы преобразования комплексного чертежа, как основа решения метрических задач (четыре основные задачи).
17. Основные способы преобразования ортогональных проекций.
18. Способ замены плоскостей проекций (решение 4-х задач).
19. Способ вращения. Плоскопараллельное перемещение.
20. Вращение вокруг линии уровня.
21. Вращение вокруг оси, принадлежащей плоскости проекций.
22. Взаимно-перпендикулярные прямые.
23. Взаимно-перпендикулярные прямые и плоскости.

24. Взаимно- перпендикулярные плоскости.
25. Параллельность прямых, прямых и плоскостей, плоскостей.
26. Плоская кривая, графическое определение порядка кривой.
27. Касательная и нормаль к плоской кривой.
28. Кривизна плоской кривой, окружность кривизны, радиус кривизны.
29. Классификация точек плоской кривой.
30. Пространственные кривые.
31. Инвариантные свойства проекций кривых.
32. Определение длины кривой по ее ортогональным проекциям.
33. Задание и изображение на чертеже цилиндрической винтовой линии.
34. Поверхности, понятия и определения (образующая, направляющая, очерк, определитель).
35. Линейчатые поверхности с тремя направляющими.
36. Линейчатые поверхности с двумя направляющими.
37. Линейчатые развертываемые поверхности с одной направляющей.
38. Поверхности не линейчатые с образующей переменного и постоянного вида.
39. Поверхности вращения.
40. Винтовые поверхности.
41. Плоскость, касательная к поверхности. Нормаль к поверхности.
42. Позиционные задачи. Алгоритм решения задач на взаимное пересечение геометрических образов.
43. Пересечение прямой с плоскостью, пересечение двух плоскостей.
44. Пересечение поверхности (многогранника, конуса, сферы) плоскостью.
45. Пересечение одной поверхности другой. Пересечение граничных поверхностей.
46. Способ вспомогательных секущих плоскостей (плоскости уровня).
47. Пересечение соосных поверхностей вращения.

48. Определение линии пересечения двух поверхностей вращения с помощью сфер (концентрических, эксцентрических).
49. Частные случаи пересечения поверхностей второго порядка.
50. Развертки (точные, приближенные, условные).
51. Способы построения разверток (способ треугольников, способ нормального сечения, способ раскатки).
52. Способы построения условных разверток.

### Список рекомендуемой литературы

1. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии 29-е изд. / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский / под ред. В.О. Гордона. - Москва: Высшая школа, 2009. - 272 с.: ил.
2. Сторчак, Н.А. Инженерная и компьютерная графика / Н.А. Сторчак, Т.А. Ильина. - Волгоград: ВолгГТУ, 2012. - 254 с.
3. Сторчак, Н. А. Инженерная графика учебно-методическое пособие. / Н. А. Сторчак, В. Н. Тышкевич, А. В. Синьков. - Волгоград: ВолгГТУ, 2016. - 245с. - Свид. о регистрации № 22027
4. Метрические задачи. Методические указания к выполнению графического задания. [Электронный ресурс] / Н.А. Сторчак, В.Н. Тышкевич, А.В.Синьков. - Волжский, 2017. – 32с.
5. Очерк поверхности.Методические указания к выполнению графического задания. [Электронный ресурс] / Н.А. Сторчак, В.Н. Тышкевич, А.В.Синьков. - Волжский, 2017. – 32с.

Электронное учебное издание

Ольга Геннадьевна **Кулик**  
Владимир Николаевич **Тышкевич**

**Рабочая тетрадь  
по инженерной графике  
с примерами решений**

Учебно-методическое пособие

*Электронное издание сетевого распространения*

Редактор Матвеева Н.И.

Темплан 2018 г. Поз. № 33.

Подписано к использованию 10.04.2018. Формат 60x84 1/16.  
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 3,75.

Волгоградский государственный технический университет.  
400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28, корп. 1.

ВПИ (филиал) ВолгГТУ.  
404121, г. Волжский, ул. Энгельса, 42а.