

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛЖСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Ю. С. Багайсков, Н. И. Горин, В. Н. Тышкевич

Лабораторные работы
по сопротивлению материалов

Электронное учебно-методическое пособие



Волжский
2019

УДК 539.3/6(07)
ББК 30.121
Б 14

Рецензенты:

профессор кафедры «Фундаментальные дисциплины» филиала ФГБОУ ВО
«НИУ «МЭИ»» в г. Волжском доктор физико-математических наук
Кульков В. Г.,
директор ООО «КБ «Мин»», к.т.н., доцент
Моисеев Ю. И.

Издается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Багайсков, Ю. С.

Лабораторные работы по сопротивлению материалов [Электрон-
ный ресурс] : учебно-методическое пособие / Ю. С. Багайсков,
Н. И. Горин, В. Н. Тышкевич ; ВПИ (филиал) ВолгГТУ, – Электрон.
текстовые дан. (1 файл: 1,34 МБ). – Волжский, 2019. – Режим досту-
па: <http://lib.volpi.ru>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-9948-3304-9

Описаны экспериментальные методы определения характеристик проч-
ности, пластичности, твёрдости и жёсткости материалов в соответствии с ГОС-
Тами на проведение испытаний; экспериментальные методы исследования
напряженного и деформированного состояний материала и обработки экспери-
ментальных данных. Приведены методические рекомендации к выполнению ла-
бораторных работ и требования, предъявляемые к оформлению протоколов ис-
пытаний.

Приводятся списки рекомендуемой учебной и специальной литературы, а
также вопросы для контроля знаний студентов. В приложении представлены ме-
ханические характеристики некоторых конструкционных материалов и другие
справочные материалы.

Предназначено для студентов всех форм обучения, изучающих курс со-
противления материалов.

Ил. 41, табл. 15, библиограф.: 9 назв.

ISBN 978-5-9948-3304-9

© Волгоградский государственный
технический университет, 2019
© Волжский политехнический
институт, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Р А З Д Е Л 1.	
Определение механических характеристик материалов.....	5
Лабораторная работа № 1. Испытание на растяжение.....	5
Лабораторная работа № 2. Испытание на сжатие.....	17
Лабораторная работа № 3. Твёрдость материалов.....	24
Лабораторная работа № 4. Определение модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной деформации для стали.....	35
Р А З Д Е Л 2.	
Лабораторные работы по изучению напряжённо-деформированного состояния элементов конструкций.....	42
Лабораторная работа № 5. Определение прогибов и углов поворота сечения для балки на двух опорах.....	42
Лабораторная работа № 6. Определение прогибов и углов поворота сечения для консольной балки	47
Лабораторная работа № 7. Определение перемещений балки при косом изгибе.....	49
Лабораторная работа № 8. Определение напряжений при внецентренном растяжении.....	55
Лабораторная работа № 9. Исследование статически неопределимых балок.....	60
Список рекомендуемой литературы.....	64
Приложение.....	65

ВВЕДЕНИЕ

В сопротивлении материалов тесно сочетаются теория и эксперимент. Все отправные положения и гипотезы сопротивления материалов основаны на опытных данных. Для построения теории расчётов на прочность, жёсткость и устойчивость нужно знать механические свойства материалов. Необходимо также экспериментально проверять расчёты, основные положения, гипотезы, выводы и формулы сопротивления материалов.

Лабораторные работы являются неотъемлемой частью курса «Сопротивление материалов». Профессор С. П. Тимошенко, впервые внедривший лабораторные работы в учебную программу курса в 1908 году в Киевском политехническом институте, писал: «...Совокупность аналитических методов, служащих для определения внутренних усилий, и тех приемов, которыми пользуются при экспериментальном исследовании прочности строительных материалов, составляет предмет науки сопротивления материалов».

Современная учебная программа предусматривает проведение цикла лабораторных работ, в ходе которых решаются две принципиально разные проблемы. С одной стороны, проводится экспериментальная проверка справедливости допущений и гипотез, применяемых в теоретических выкладках при выводе окончательных формул. С другой стороны, расчет конструкций или их отдельных элементов не может быть произведен без знания важнейших механических характеристик материала: характеристик прочности, пластичности и упругих постоянных материала, которые определяются опытным путем.

Пособие состоит из двух разделов: лабораторных работ по испытанию различных материалов и определению их механических характеристик и работ по испытанию простейших элементов конструкций и определению их напряжений и деформаций.

При описании лабораторных работ приводятся:

- их цели и содержание,
- описание и характеристики применяемого оборудования,
- методики практического выполнения работ,
- методики обработки опытных результатов.

Предполагается, что обучаемые оформляют отчёт по лабораторной работе, в который заносятся опытные и расчетные результаты. Перед выполнением лабораторной работы, студент должен усвоить краткие теоретические сведения по теме, изучить устройство испытательной машины или установки, приборов для измерения напряжений и деформаций, методику выполнения работы, а также способы представления обработки экспериментальных данных.

Пособие предназначено для студентов всех форм обучения, изучающих курс сопротивления материалов.

РАЗДЕЛ 1

Определение механических характеристик материалов

Лабораторная работа № 1. Испытание на растяжение

Цель работы: изучение характеристик прочности и пластичности конструкционных материалов и методики их экспериментального определения при испытании на растяжение.

Теоретическая часть

Испытания на растяжение, при которых определяются наиболее важные свойства материала, являются основными среди других видов испытаний. Методы испытаний на растяжение стандартизованы. ГОСТ 1497-84 распространяется на проведение испытаний при комнатной температуре, ГОСТ 9651-84 - при повышенной, ГОСТ 11150-84 – при пониженной температурах. В стандартах даны определения механических характеристик, приведены типы образцов, изложены требования к испытательному оборудованию, описана методика проведения испытаний и обработки результатов эксперимента.

1. Испытательное оборудование и образцы

1.1. Оборудование

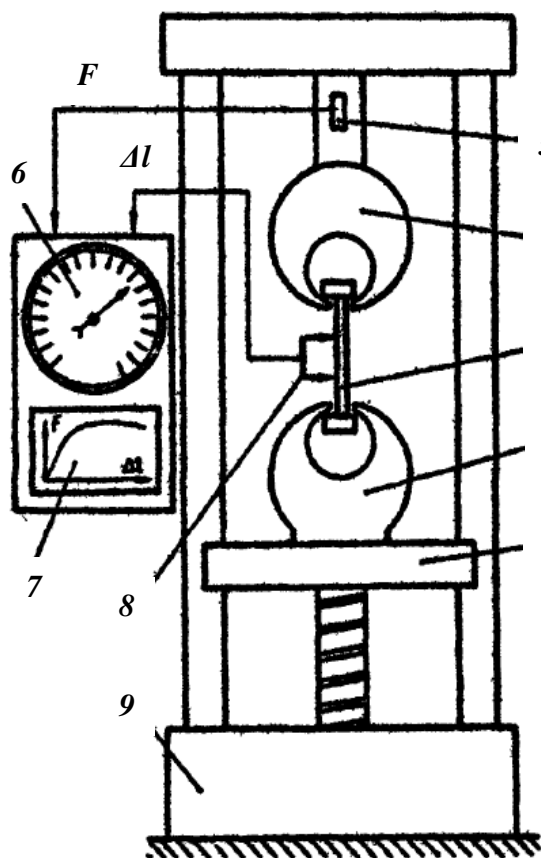


Рис.1.1. Схема испытательной машины

Для испытаний применяют разрывные машины с механическим, электрическим или гидравлическим приводом. Принцип работы и основные элементы испытательных машин любого типа следующие. Подвижная траверса 1 (рис. 1.1) с закрепленным на ней активным захватом 2, перемещаясь вниз, создаёт в образце 3 усилие растяжения F , которое передается через пассивный захват 4 силоизмерителю 5.

Работа силоизмерителя основана либо на отклонении маятника – противовеса через систему рычагов, либо (как показано на рисунке) на принципе тензометрии. Нагрузка отсчитывается по шкале 6 силоизмерителя. На диаграммном аппарате 7 вычерчивается машинная диаграмма. Привод диаграммного аппарата осуществляется либо механической передачей от стрелки силоизмерителя

ля (координата F) и перемещения подвижной траверсы (координата Δl),

либо, как показано на рисунке, средствами электроники: силоизмеритель 5, тензометр 8 → усилители → электродвигатели → перо самописца. На станине 9 крепятся электропривод испытательной машины, перечисленные выше узлы и органы управления.

Например, для проведения испытаний на растяжение могут применяться разрывные машины Р-5, УММ-5. Обе эти машины имеют максимальную нагрузку 50 кН.

1.2. Образцы. При испытании материала на растяжение образец, изготовленный из испытуемого материала, с помощью испытательной машины растягивается путем приложения продольной силы к головкам образца вплоть до разрыва его на две отдельные части. Для разрывных испытаний чаще всего применяют цилиндрические образцы (рис. 1.2), но в ряде случаев пользуются также и плоскими образцами, при испытании листового металла, пластмасс. Для определения механических характеристик испытуемого материала, сопоставимых с характеристиками других материалов, а также полученных в других лабораториях, необходимо изготавливать образцы в соответствии с требованиями ГОСТ 1497-84.

Рабочая длина образца l – часть образца с постоянной площадью поперечного сечения между его головками или участками для захвата.

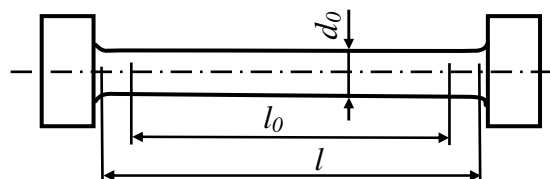


Рис. 1.2. Основные размеры цилиндрических образцов

Начальная расчетная длина образца l_0 – участок рабочей длины образца между нанесенными метками до испытания, на котором определяется удлинение (см. рис. 1.2).

Конечная расчетная длина образца l_k – длина расчетной части после разрыва образца.

после разрыва образца.

Начальный диаметр образца d_0 – диаметр рабочей части цилиндрического образца до испытания.

Диаметр образца после разрыва d_k – минимальный диаметр рабочей части цилиндрического образца после разрыва.

Начальная площадь поперечного сечения образца A_0 – площадь поперечного сечения рабочей части образца до испытания.

Площадь поперечного сечения образца после разрыва A_k – минимальная площадь поперечного сечения рабочей части образца после разрыва.

Для испытания на растяжение применяют цилиндрические образцы диаметром 3 мм и более (до 25 мм). Основными считают образцы диаметром 10 мм. В цилиндрических образцах должно быть выдержано соотношение между расчетной длиной образца l_0 и его диаметром до испытаний d_0 : у длинных образцов $l_0 = 10d_0$, у коротких $l_0 = 5d_0$. Такие образцы называют **пропорциональными**. Применение коротких образцов предпочтительнее.

Форма и размеры головок образцов определяются в основном конструкцией зажимных приспособлений применяемых испытательных машин. Несколько вариантов их приведены в ГОСТ 1497-84. Там же приведены требования к предельным отклонениям по размерам рабочей части образцов.

Чтобы исключить влияние головок на характер распределения напряжений в пределах расчетной длины образца, его рабочая длина l должна превышать расчетную l_0 на 1-2 диаметра (**принцип Сен-Венана**: в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения сил, напряжения мало зависят от способа нагружения). Поскольку на результаты испытаний оказывает влияние состояние поверхности образца, ГОСТ 1497-84 накладывает ограничения на режимы механической обработки, шероховатость поверхности образца.

2. Определение механических характеристик

2.1. Машинные диаграммы растяжения. В процессе испытаний на растяжение диаграммный аппарат разрывной машины вычерчивает график зависимости между силой F , растягивающей образец, и соответствующим удлинением Δl .

Вид типичной машинной диаграммы растяжения малоуглеродистой стали представлен на рис.1.3. Рассмотрим характерные участки и точки этой диаграммы, а также соответствующие им стадии деформирования образца.

В начальной стадии испытания до точки A справедлив **закон Гука** – линейная зависимость между усилием F и удлинением Δl . При растягивающей силе F_y (точка B), почти не отличающейся от F_{nc} , в образце возникнут первые остаточные деформации.

После точки A при дальнейшем растяжении образца диаграмма становится криволинейной и плавно поднимается до точки C , где наблюдается переход к горизонтальному участку CD , называемому **площадкой текучести**. На этом участке наблюдается рост удлинения образца без увеличения нагрузки (растягивающая сила постоянна и равна F_T). Это явление называется **текучестью металла** и сопровождается остаточным (пластическим) удлинением образца, не исчезающим после разгрузки. Начало пластической деформации соответствует наступлению некоторого критического состояния металла, которое сопровождается повышением температуры; у стали изменяется электропроводность и магнитные свойства. При пластической деформации полированная поверхность образца становится матовой и на ней можно обнаружить сетку линий, наклоненных под углом примерно 45° .

Это так называемые **линии Людерса-Чернова**, представляющие собой следы сдвигов частиц материала. Направление указанных линий соответствует площадкам, на которых при растяжении образца возникают

наибольшие касательные напряжения.

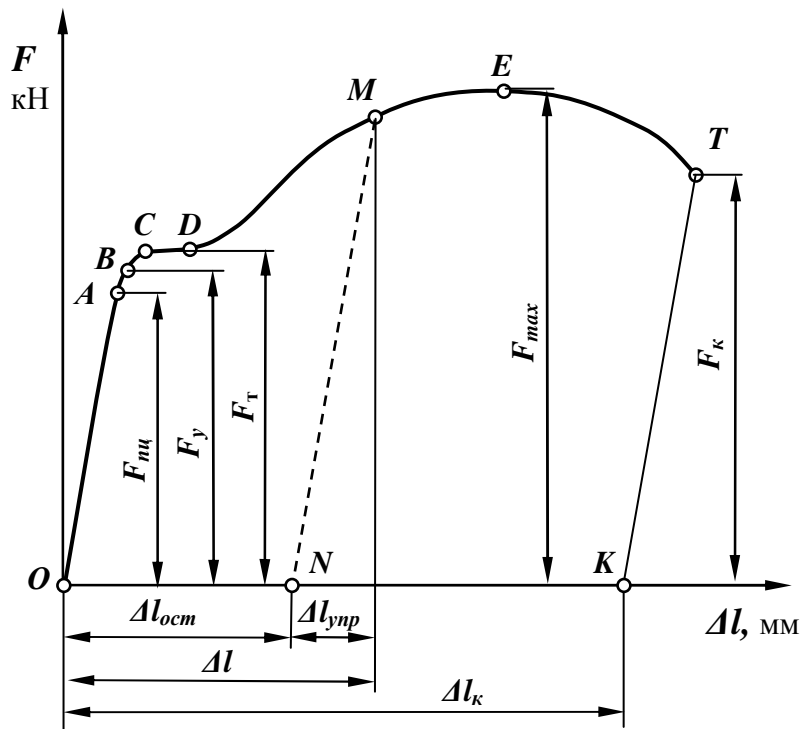


Рис. 1.3. Машинная диаграмма растяжения малоуглеродистой стали

Наличие площадки текучести характерно лишь для малоуглеродистых сталей, а также встречается у некоторых марок титановых сплавов и латуней. Для сталей высокоуглеродистых, легированных, термически или механически обработанных, цветных металлов и сплавов, пластмасс площадки текучести не наблюдается. Участок упругих деформаций при испытании упомянутых материалов

плавно переходит в участок упрочнения. Отсутствие площадки текучести затрудняет выявление предела текучести – характеристики чрезвычайно важной, поскольку она ограничивает несущую способность. При нагрузке, соответствующей пределу текучести, материал в большинстве случаев не может считаться работоспособным с эксплуатационной точки зрения.

По окончании стадии текучести материал вновь начинает сопротивляться деформации, здесь связь между силой и удлинением нелинейна: удлинение растет быстрее, чем нагрузка. Этот участок диаграммы **DE** называют *зоной упрочнения*. Точка **E** соответствует наибольшему усилию F_{max} . До этого момента удлинения равномерно распределялись по длине l_0 образца, площади поперечных сечений расчетной части образца изменялись незначительно и также равномерно по длине.

После достижения усилия F_{max} при дальнейшем растяжении образца деформации происходят, главным образом, на небольшой длине образца.

Это ведет к образованию местного сужения в виде шейки (рис. 1.4) и к падению величины растягивающей силы. Окончательное разрушение образца произойдет в точке **T** при силе F_K . Если в какой-либо момент испытаний на участке упрочнения, например, в точке **M** (см. рис. 1.3), снять нагрузку с образца, то перо самописца прочертит линию **MN**, близкую к прямой, параллельной участку упругих деформаций **OA**.

При разгрузке удлинение Δl полностью не исчезает. Оно уменьшится

на величину упругой части удлинения $\Delta l_{упр}$ (см. рис. 1.3).

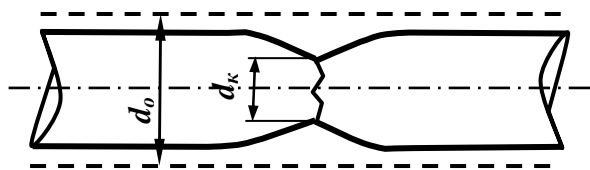


Рис. 1.4. Образование шейки в зоне разрушения

При этом выделится **пластическая (остаточная) деформация** $\Delta l_{ост}$, равная отрезку ON . Если вновь нагрузить образец, линия повторного нагружения NM пройдет вблизи линии разгрузки MN . При дальнейшем

увеличении силы пластическое деформирование будет происходить при нагрузке (ордината точки M), значительно большей, чем при первоначальном нагружении (ордината точки A). Произошло **упрочнение** материала – явление, давшее название участку DE . Это явление – изменение свойств материала в результате деформирования за пределом текучести иначе называют **наклепом**. Влияние наклепа оценивается двояко. С одной стороны, его роль отрицательна, т.к. снижается запас пластичности: в рассматриваемом случае при повторном нагружении может выделиться лишь деформация, равная разности $(\Delta l_k - \Delta l)$. С другой стороны, можно считать явление наклепа полезным, поскольку повышается напряжение перехода к пластическим деформациям. Упрочнение наклепом применяют, например, для телефонных и телеграфных проводов, тросов подъемных механизмов. В машиностроении распространен метод упрочняющей обработки – поверхностное пластическое деформирование.

2.2. Напряжения, деформации

Протяженность (высота, длина) характерных участков машинных диаграмм растяжения зависит от свойств материала, размеров образцов и масштаба записи диаграммы, выбранного испытателем. Чтобы оценивать только свойства материала используют относительные величины, позволяющие абстрагироваться от размеров образца и масштабов диаграмм.

Напряжение σ – отношение осевой растягивающей нагрузки F к начальной площади поперечного сечения рабочей части образца A_0 :

$$\sigma = \frac{F}{A_0}. \quad (1.1)$$

Истинное напряжение S – отношение осевой растягивающей нагрузки F к текущей площади поперечного сечения рабочей части образца в любой момент испытания, $S = \frac{F}{A}$ (т.е. к меняющейся площади).

Абсолютное удлинение Δl – приращение начальной расчетной длины образца в любой момент испытания, $\Delta l = \Delta l - \Delta l_0$.

Относительное удлинение ε – отношение абсолютного удлинения Δl к начальной длине l_0 , $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$.

Деформация упругая $\Delta l_{упр}$ – деформация, исчезающая после снятия

нагрузки. Принято упругую деформацию обозначать Δl_e , подстрочный индекс "e" от слова *elastic* (англ.) – упругий.

Деформация пластическая (остаточная) $\Delta l_{ост}$ – деформация, сохраняющаяся после снятия нагрузки. Принято пластическую деформацию обозначать Δl_p с подстрочным индексом "p" от слова *plastic* (англ.) – пластический. Пример пластической деформации – отрезок **ON** (см. рис. 1.3).

Деформация полная – сумма упругой и пластической составляющих:

$$\Delta l = \Delta l_e + \Delta l_p ; \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p .$$

Для оценки изменения размеров поперечного сечения в ходе испытаний используют **относительное сужение поперечного сечения**

$$\psi = \frac{A_0 - A}{A_0} . \quad (1.2)$$

Линейные размеры в машиностроении измеряются в миллиметрах (мм); при расчетах в международной системе СИ представляются в метрах (м). Площадь в технической системе вычисляется в мм²; в системе СИ – м².

Усилия в технической системе измеряются в килограмм-силах (кгс); в системе СИ – Ньютонах (Н) (1 кгс = 9,807 Н). Напряжения в технической системе вычисляются в кгс/мм²; в системе СИ – Н/м² (1 Па = 1 Н/м²), применяется кратная единица – мегапаскаль. 1 МПа = 10⁶ Па = 1 Н/мм². Соотношение между единицами напряжения: 1 кгс/мм² = 9,807 МПа.

2.3. Истинная диаграмма растяжения

Все механические характеристики, которыми оцениваются свойства материала, определяют по отношению к начальным размерам образца: площади A_0 , длине l_0 и не учитывают изменений размеров образца в процессе его деформирования – уменьшения площади и увеличения длины. В этом заключается их условность. Если перестроить машинную диаграмму **F – Δl** в координаты напряжение σ – относительная деформация (рис. 1.5), то последняя в некотором масштабе повторит машинную диаграмму.

Истинные напряжения **S** начинают отличаться (в большую сторону) от условных σ с первого момента нагружения (уменьшается площадь поперечного сечения образца). Существенные отличия становятся заметными с началом пластической деформации (см. рис. 1.5). Считают, что до достижения нагрузкой своего максимального значения **F_{max}** (см. рис. 1.5, напряжение σ_e) образец пластически деформируется равномерно (см. рис. 1.5, сечение **m**): истинное напряжение **S_m** постоянно во всех сечениях, диаметр **d_m** < **d₀** и одинаков по всей расчетной длине образца. На участке разрушения при локализации деформации в шейке (см. рис. 1.5, сечение **n**) диаметр образца в шейке **d_n** < **d₀**, а истинные напряжения распределяются неравномерно по длине образца **S_n** > σ . При разрушении превышение **S_k** над σ_e может достигать 30-50 %.

Механические характеристики, оценивающие прочность материала, называются характеристиками прочности, оценивающие пластические свойства – характеристиками пластичности.

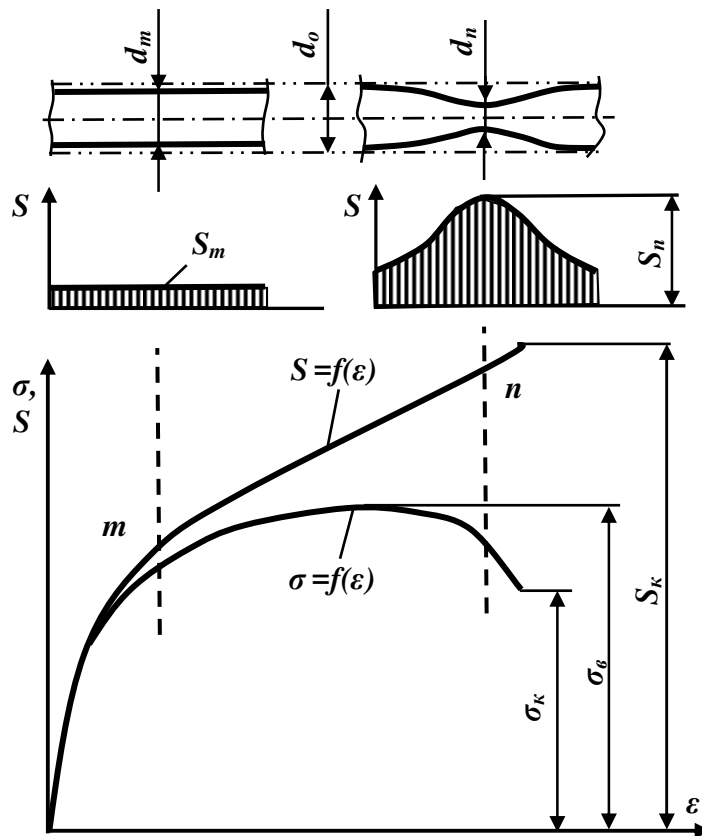


Рис. 1.5. Диаграмма истинных $S=f(\varepsilon)$ и условных $\sigma=f(\varepsilon)$ напряжений. В верхней части рисунка показано распределение истинных напряжений по длине образца при равномерном (m) и сосредоточенном (n) деформировании

2.4. Характеристики прочности.

К характеристикам прочности относятся:

предел текучести физический σ_T ;

предел текучести условный $\sigma_{0,2}$;

временное сопротивление (предел прочности) σ_B ;

предел упругости $\sigma_{0,05}$;

предел пропорциональности $\sigma_{50\%}$ (рис. 1.6).

2.4.1. Предел текучести физический σ_T - напряжение, при котором образец деформируется при практически постоянной растягивающей нагрузке или напряжение, соответствующее площадке текучести. Вычисляется физический предел текучести по формуле:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}, \quad (1.3)$$

где F_T – нагрузка, соответствующая площадке текучести (см. рис. 1.3).

2.4.2. Предел текучести условный $\sigma_{0,2}$ - напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,2 % расчетной длины образца:

$$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_0}. \quad (1.4)$$

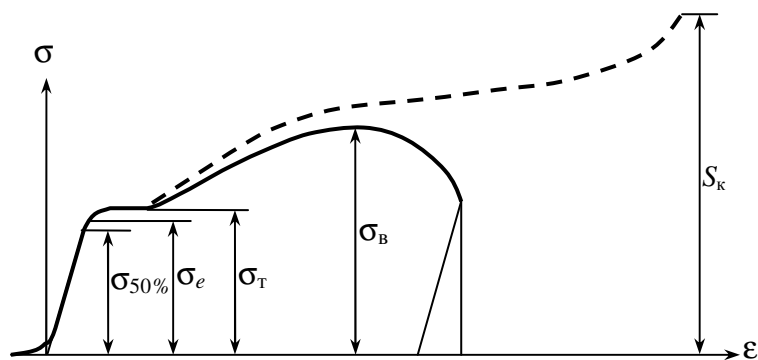


Рис. 1.6. Диаграмма истинных $S=f(\epsilon)$ и условных $\sigma=f(\epsilon)$ напряжений.
Характеристики прочности

Эта характеристика определяется для тех материалов, у которых на диаграмме деформирования нет выраженной площадки текучести.

Порядок определения: рассчитать допуск на величину остаточного удлинения $\Delta l_{0,2} = 0,002l_0$, в масштабе отложить этот отрезок на машинной диаграмме (рис. 1.7, а), параллельно участку упругой деформации провести прямую до пересечения с диаграммой растяжения, измерить ординату $F_{0,2}$ на диаграмме с учетом масштаба и вычислить условный предел текучести.

2.4.3. Временное сопротивление (предел прочности) σ_b - напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке F_{max} , предшествующей разрыву образца. Определяется делением усилия F_{max} (см. рис. 1.3) на начальную площадь поперечного сечения образца:

$$\sigma_b = \frac{F_{max}}{A_0}.$$

2.4.4. Предел упругости $\sigma_{0,05}$ - напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,05 % расчетной длины. Методика определения такая же, как и для предела текучести условного, но допуск на остаточную деформацию в 4 раза меньше (см. рис. 1.7, а):

$$\sigma_{0,05} = \frac{F_{0,05}}{A_0}.$$

Этот предел упругости является условным, именно его вычисляют по диаграмме и приводят в справочниках для материалов. Физический предел упругости – это напряжение, до которого у образца не появляется остаточных деформаций, но его определение по диаграмме недостаточно точно.

2.4.5. Предел пропорциональности $\sigma_{50\%}$ – напряжение, при котором отступление от линейной зависимости между нагрузкой и удлинением достигает такой величины, что тангенс угла наклона, образованного касательной к кривой "нагрузка – удлинение" в точке $F_{50\%}$ с осью нагрузок увеличивается на 50 % от своего значения на упругом (линейном) участке:

$$\sigma_{50\%} = F_{50\%}/A_0. \quad (1.5)$$

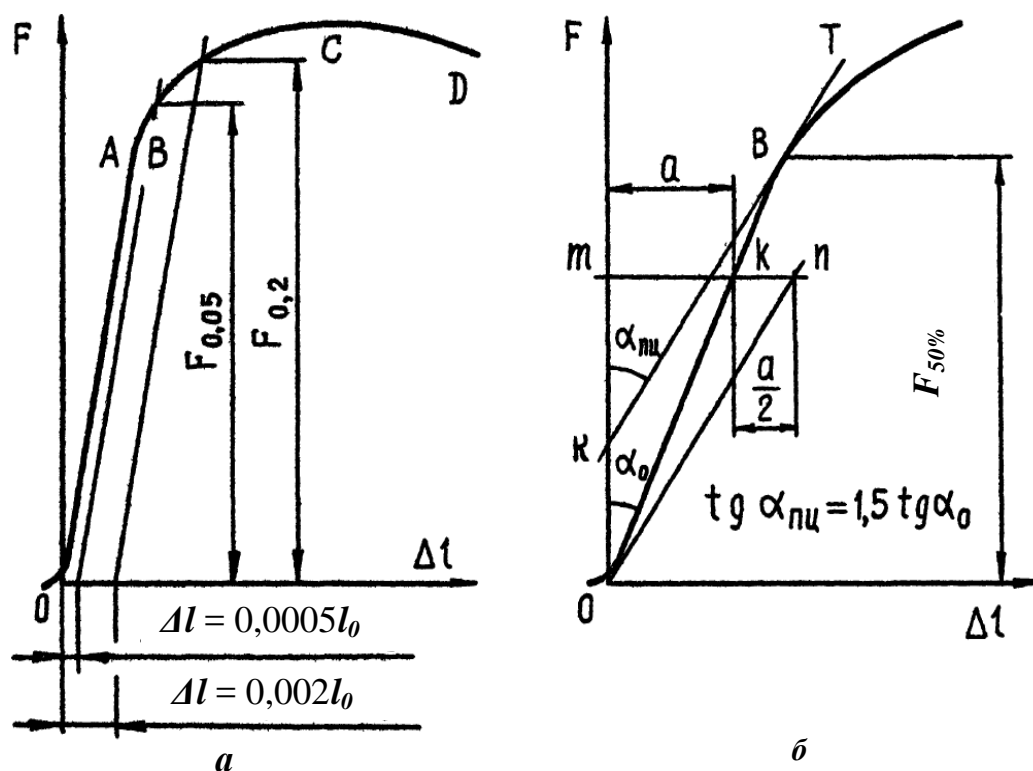


Рис. 1.7. Схемы к определению предела упругости, условного предела текучести (а) и предела пропорциональности (б)

Порядок определения: на произвольном уровне по высоте диаграммы в пределах упругого участка или на его продолжении проводят прямую mn , параллельную оси абсцисс (рис. 1.7, б); измеряют длину a отрезка mk и откладывают отрезок $kn = a/2$; из начала координат в точку n проводят луч и параллельно ему касательную KT к диаграмме растяжения (при этом $\tan \alpha_{nc}$ будет на 50% превышать $\tan \alpha_0$); ордината точки B касания с диаграммой определит искомую нагрузку $F_{50\%}$.

Предел пропорциональности $\sigma_{50\%}$ является условной характеристикой прочности, но именно его вычисляют по диаграмме и приводят в справочниках для материалов. Физический предел пропорциональности – это напряжение, до которого справедлив закон Гука – линейная зависимость между нагрузкой и деформацией, но его определение по диаграмме недостаточно точно.

2.4.6. Истинное сопротивление разрыву S_k – напряжение, вычисляемое путем деления разрушающего усилия F_k (см. рис. 1.3, ордината точки T) на действительную площадь сечения в шейке образца A_k :
$$S_k = \frac{F_k}{A_0}.$$

Площадь A_k вычисляется по диаметру d_k (см. рис. 1.4), измеряемому на образце после разрушения.

Величина истинного сопротивления разрыву S_k больше временного сопротивления σ_s .

2.5. Характеристики пластичности

К ним относятся:

относительное удлинение после разрыва;

относительное равномерное удлинение;

относительное сужение поперечного сечения после разрыва.

Материалы, разрушению которых предшествует возникновение значительных остаточных деформаций, называют *пластичными*. *Пластичность* – это свойство материала приобретать остаточные деформации при нагружении. Пластичность может быть охарактеризована остаточным относительным удлинением образца, доведённого при растяжении до разрыва, и остаточным относительным сужением. Чем больше эти величины, тем пластичнее материал.

2.5.1. Относительное удлинение после разрыва δ – отношение приращения расчётной длины образца $\Delta l_k = l_k - l_0$ после разрушения к начальной расчётной длине l_0 , выраженное в процентах. Относительное удлинение образца после разрыва в процентах вычисляют по формуле:

$$\delta_k = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100\%. \quad (1.6)$$

Порядок определения: на диаграмме определяется Δl_k с учетом масштаба и вычисляется по формуле:

$$\delta_k = \frac{\Delta l_k}{l_0} \times 100\%.$$

2.5.2. Относительное равномерное удлинение δ – отношение приращения длины участка в рабочей части образца после разрыва, на котором определяется относительное равномерное удлинение, к длине до испытания, выраженное в процентах. В ГОСТе изложена методика определения этой характеристики.

2.5.3. Относительное сужение после разрыва ψ – отношение разности начальной A_0 и минимальной (в шейке) A_k площади поперечного сечения после разрушения к начальной площади поперечного сечения образца A_0 , выраженное в процентах.

Относительное сужение после разрыва в процентах вычисляют по формуле:

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} 100\%, \quad (1.7)$$

где A_k для цилиндрических образцов вычисляют по результатам измерения диаметра d_k в шейке (см. рис. 1.4) в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

В учебниках, справочной литературе встречаются иные обозначения характеристик прочности и пластичности:

σ_{pr} – предел пропорциональности;

σ_e – предел упругости, индекс «e» от *elastic*;

σ_y – предел текучести, индекс «y» от *yield* – текучесть;
 σ_b , σ_u – предел прочности; индекс «b» от *break* – разрушать, ломать;
индекс «u» от *ultimate* – предельный;
 ε_r , ψ_r – относительные остаточное удлинение и сужение (соответственно) при разрыве; индекс «r» от *rest* – остаток.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

1. Измерение диаметра рабочей части образца до испытаний проводят микрометром с точностью 0,01 мм.
2. Начальную расчетную длину l_0 с погрешностью до 1 % ограничивают по рабочей длине образца кернами, рисками или иными метками.
3. Заправить диаграммный аппарат бумагой. Выбрать масштаб диаграммы с учетом максимально достижимого усилия (по оси ординат).
4. Проведите испытания на разрыв образцов из нормализованной и закаленной стали с записью полной диаграммы растяжения (примеры диаграмм растяжения приведены на рис. 1 Приложения).
5. Снимите с барабана испытательной машины бумагу с записью диаграмм растяжения и в соответствии с целью работы определите характеристики прочности и пластичности.
 - а) $F_{50\%}$ – соответствующую пределу пропорциональности;
 - б) F_T – соответствующую пределу текучести;
 - в) $F_{\max}$ – соответствующую пределу прочности.Определите характеристики прочности и пластичности.
6. Для определения конечной расчетной длины образца l_k разрушенные части образца плотно складывают так, чтобы их оси образовывали прямую линию. Определение конечной расчетной длины образца l_k проводится измерением расстояния между метками, ограничивающими расчетную длину.
7. Измерение минимального диаметра d_k проводится штангенциркулем в шейке (см. рис. 1.4) в двух взаимно перпендикулярных направлениях с отсчетом по нониусу с точностью до 0,1 мм.
8. Исходные данные и результаты испытаний внесите в протокол испытаний (таблица 1 Приложения).
9. Сопоставьте найденные механические характеристики испытанных материалов с данными, выписанными из стандартов и справочников по конструкционным материалам (таблица 2 Приложения). Найдите отклонение в процентах найденных характеристик от табличных.
10. Оцените влияние закалки на вид кривой растяжения, относительное удлинение после разрыва и величину предела текучести.

Вопросы для самопроверки

1. Какими механическими характеристиками оценивается прочность материала, а какими - пластичность?
2. В какой момент растяжения образца на диаграмме начинает образовываться местное сужение - шейка?
3. Какую форму поперечного сечения имеют стандартные образцы?
4. Какое соотношение продольных и поперечных размеров образцов рекомендует ГОСТ?
5. Дайте определение рабочей и расчетной длины образца. В чем отличие между ними и чем оно обусловлено?
6. Для каких конструкционных материалов диаграмма растяжения может иметь площадку текучести?
7. В пределах какого участка диаграммы растяжения сохраняет силу закон Гука?
8. Сформулируйте закон Гука.
9. Хрупкое разрушение отличается от пластичного разрушения отсутствием шейки. Покажите, как, по вашему мнению, выглядит диаграмма растяжения образца с хрупким характером разрушения?
10. Что понимается под прочностью материала?
11. Дайте определение физическому пределу текучести. Укажите размерность.
12. Дайте определение условному пределу текучести. Укажите размерность.
13. Опишите последовательность процедур, выполняемых при определении условного предела текучести.
14. В каком случае на машинной диаграмме растяжения определяется физический предел текучести, а в каком – условный?
15. Какая из характеристик прочности имеет большее значение, предел упругости или условный предел текучести? Ответ сопроводите рисунком и комментарием.
16. Дайте определение временному сопротивлению. Укажите размерность.
17. Какая из характеристик прочности имеет большее значение; временное сопротивление или истинное сопротивление разрыву? Ответ сопроводите рисунком и комментарием.
18. Что называется пределом пропорциональности? Укажите размерность. Какова последовательность операций при его определении?
19. Как будет изменяться разность между временным сопротивлением и истинным сопротивлением разрыву с уменьшением пластичности материала? Ответ сопроводите рисунком и пояснением.
20. Назовите ориентировочные значения характеристик прочности и пластичности конструкционных сталей, применяемых в общем машиностроении.
21. Что называется пластичностью материала?
22. Приведите формулы, по которым вычисляются характеристики пластичности, укажите их размерность.
23. В чем заключается явление наклепа материала? Каковы последствия наклепа?

Лабораторная работа № 2. Испытание на сжатие

Цель работы: изучение особенностей поведения хрупких, пластичных, хрупкопластичных материалов при сжатии; определение механических характеристик для пластичных и хрупких материалов, коэффициента анизотропии прочности для анизотропных материалов.

Теоретическая часть

Испытание на сжатие черных и цветных металлов и сплавов регламентируется ГОСТ 25503-80, бетона – ГОСТ 10.180-90, дерева поперёк волокон – ГОСТ 16483.11-72, дерева вдоль волокон – ГОСТ 16483.10-73.

1. Понятия хрупкости и пластичности материалов. Способность материала без разрушения получать большие остаточные деформации называют *пластичностью*. Противоположным является свойство *хрупкости*, то есть способность материала разрушаться без образования заметных остаточных деформаций. Для материалов, обладающих свойством хрупкости, величина относительного удлинения при разрыве не превышает 2 - 5%.

Однако хрупкость и пластичность являются относительными характеристиками, так как зависят от способа обработки материала, вида напряженного состояния, температуры и скорости нагружения. Например, бетон, являющийся при простом растяжении или сжатии типично хрупким материалом, можно заставить деформироваться как пластичный, если нагружать цилиндрический образец из бетона давлением, приложенным не только по основаниям цилиндра, но и по его боковой поверхности.

С другой стороны, малоуглеродистую сталь – пластичный материал, можно поставить в такие условия работы, например, при низких температурах или высоко скоростном нагружении, что она дает совершенно хрупкое разрушение.

Таким образом, характеристики «хрупкий», «пластичный», которые мы даем материалам на основании опытов на растяжение и сжатие, относятся лишь к поведению этих материалов при обычных температурах, статическом нагружении и лишь при сопротивлении указанным видам деформаций. Вообще же хрупкий материал может перейти в пластичный и наоборот. Поэтому правильнее говорить не о «хрупком» и «пластичном материале», а о хрупком или пластичном состоянии материала.

2. Особенности поведения при сжатии пластичных материалов.

На рис. 2.1 показаны характерные диаграммы деформирования малоуглеродистой стали при растяжении – 1 и при сжатии – 2. При испытании на сжатие образцов из пластичных материалов, например, из малоуглеродистой стали, на начальном участке наблюдается пропорциональная связь между нагрузкой и деформацией. Порядок определения характеристик прочности при растяжении и сжатии идентичен. При достижении нагруз-

ки, соответствующей физическому пределу текучести (площадке текучести), можно заметить кратковременную остановку стрелки силоуказателя. В таких случаях можно определить физический предел текучести и при испытаниях на сжатие. Если остановки стрелки не будет, а на диаграмме сжатия нельзя четко обнаружить площадку текучести, то определяется условный предел текучести $\sigma_{0,2}$.

При достижении физического предела текучести, как при растяжении, так и при сжатии, на поверхности хорошо отполированного образца можно увидеть появление полос скольжения (*линии Чернова-Людерса*), направленных под углом 45° к оси образца. Причины появления этих линий, представляющих собой следы выхода на поверхность образца пластических сдвигов, те же, что и при растяжении. Разрушить образец из пластичного материала при сжатии нельзя, так как происходит только осадка образца. Следовательно, предел прочности в этих случаях найден быть не может.

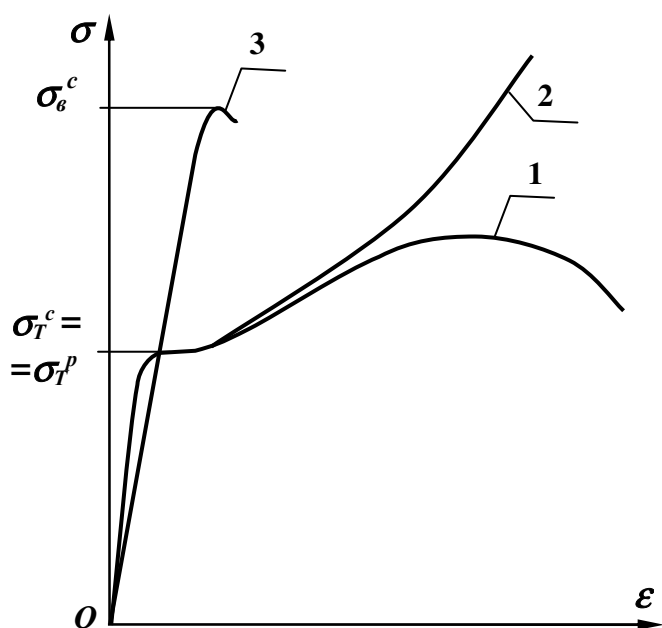


Рис. 2.1. Характерные диаграммы деформирования пластичных и хрупких материалов

Бочкообразная форма деформированного образца после испытаний (рис. 2.2, 2.3, а) объясняется тем, что силы трения, возникающие между плитами пресса и торцами образца, препятствуют свободному расширению прилежащих к торцам частей материала.

Характеристики пластичности при сжатии не определяются.

3. Особенности разрушения при сжатии хрупких материалов. Диаграмма сжатия хрупкого материала, например, чугуна, представляет собой нелинейную зависимость с малыми деформациями, быстрым ростом нагрузки, а испытание заканчивается разрушением образца. По максимальной нагрузке определяется предел прочности материала на сжатие σ_ϵ^c (см. рис. 2.1, диаграмма 3). Разрушение происходит по плоскостям, параллельным оси образца или наклоненным к оси под углом приблизительно 45° (см. рис. 2.2, 2.3, б), совпадающим с направлением площадок с максимальными касательными напряжениями. Первое чаще имеет место при смазанных торцевых поверхностях образца из очень хрупких материалов (например, мрамора), а второе – при испытаниях без смазки. Опыт показывает, что предел прочности хрупкого материала при смазке торцевых по-

верхностей оказывается меньше, чем для такого же материала, но без смазки. Это еще раз указывает на существенное влияние торцевого трения не только на характер разрушения, но и на величину предела прочности, то есть на зависимость результата опыта от условий эксперимента.

Разносопротивляемость хрупких материалов. В ряде случаев представляется необходимой оценка разносопротивляемости хрупких материа-

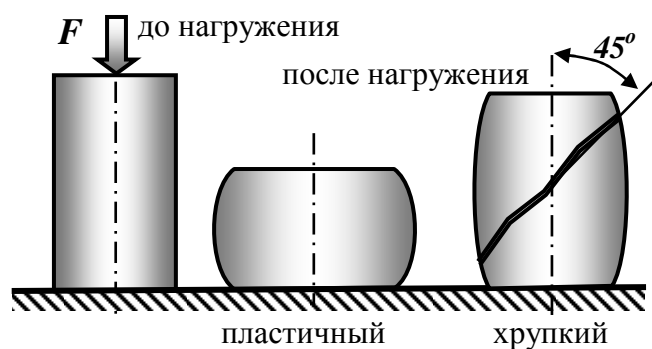


Рис. 2.2. Поведение при сжатии пластичных и хрупких материалов

лов разным видам деформаций, например, растяжению и сжатию.

Для пластичных материалов сопоставление прочностных характеристик при растяжении и сжатии ведется по пределу текучести (σ_T^p и σ_T^c). Принято считать, что пределы текучести у пластичных материалов при растяжении и сжатии одинаковы $\sigma_T^p \approx \sigma_T^c$. Предел прочности при сжатии

определить невозможно.

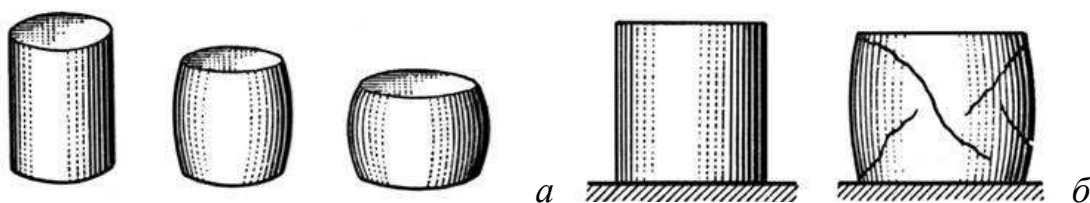


Рис. 2.3. Деформация при сжатии стального (а) и чугунного (а) образца

Для хрупких материалов оценка прочностных свойств производится, как правило, по величине предела прочности при растяжении σ_b^p и сжатии σ_b^c . Эти материалы обладают, обычно, более высокими прочностными показателями при сжатии, нежели при растяжении. Например, величина отношения $m = \frac{\sigma_b^p}{\sigma_b^c}$ для чугуна колеблется в пределах 0,2...0,4, керамических материалов - 0,1, для инструментальных сталей - 0,4...0,5.

Разная сопротивляемость хрупких изотропных материалов при разных видах деформации учитывается в расчетах на прочность.

4. Особенности поведения при растяжении и сжатии хрупкопластичных материалов. Материалы, которые ведут себя при сжатии как пластичные, но предел текучести у которых при сжатии несколько больше, чем при растяжении, называются хрупкопластичными. Для них определяют условный предел текучести и $\sigma_{0,2}^c \approx (1,15-1,20)\sigma_{0,2}^p$. Хрупко-

пластичными являются легированные стали, подвергнутые закалке, например 30ХГСА.

5. Особенности определения механических свойств анизотропных материалов. *Анизотропными* называют материалы, у которых механические свойства зависят от направления приложения силы. К ним относятся материалы, армированные прямолинейными волокнами, тканями, хаотически расположенными непрерывными или короткими волокнами, частицами и иным способом.

Принципиальное отличие испытаний анизотропных материалов от испытаний изотропных материалов состоит в том, что для последних нужно определить одну или две характеристики прочности (σ_b^p , σ_b^c), а для анизотропных материалов – функцию прочности от направления напряжения.

Испытание анизотропных материалов, имеющих различные свойства по разным направлениям, рассмотрим на примере дерева. Для оценки анизотропии механических свойств испытывают образцы дерева в форме куба, а нагружение проводят вдоль и поперёк волокон.

При сжатии вдоль волокон дерево выдерживает значительно большие нагрузки, чем при сжатии поперек волокон. Разрушение в первом случае происходит в результате сдвига слоев в плоскости, наклонённой к продольной оси под углом $45^\circ - 60^\circ$ (рис. 2.4, а). Диаграмма сжатия таких образцов по виду напоминает диаграмму сжатия хрупкого материала и позволяет определить максимальную нагрузку $F_b^{//}$.

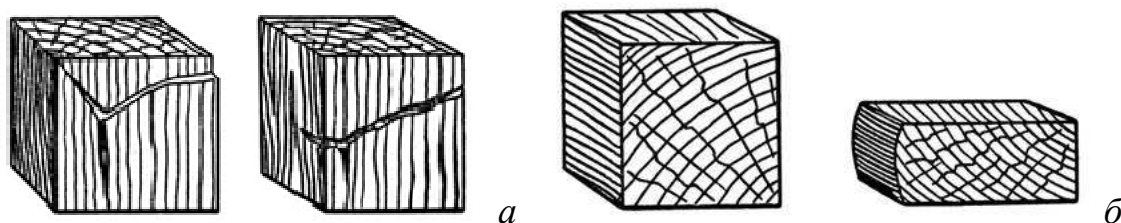


Рис. 2.4. Деревянные образцы, разрушенные при сжатии вдоль волокон (а), до и после сжатия поперек волокон (б)

При сжатии образцов поперек волокон, после прохождения области упругих деформаций, деформация происходит при почти постоянной или при незначительно повышающейся нагрузке, несмотря на то, что начинают обнаруживаться внешние признаки разрушения материала и становятся видны значительные трещины. Здесь диаграмма по виду напоминает диаграмму сжатия пластичного материала. Полного разрушения кубика обычно не происходит – он существенно спрессовывается (рис. 2.4, б). Следовательно, здесь нельзя определить непосредственно разрушающую нагрузку.

За разрушающую нагрузку $F_b^\perp$ при сжатии дерева поперек волокон условно принимают ту нагрузку, при которой образец сжимается на $1/3$ от своей первоначальной высоты. Эту нагрузку можно определить непосред-

ственно по машинной диаграмме сжатия. Для этого надо знать масштаб по оси деформации и первоначальную высоту a образца (рис. 2.5).

Для дерева можно рассчитать пределы прочности при сжатии вдоль и поперек волокон:

$$\sigma_b^{c\Pi} = \frac{F_b''}{A_0}, \quad \sigma_b^{c\perp} = \frac{F_b^\perp}{A_0},$$

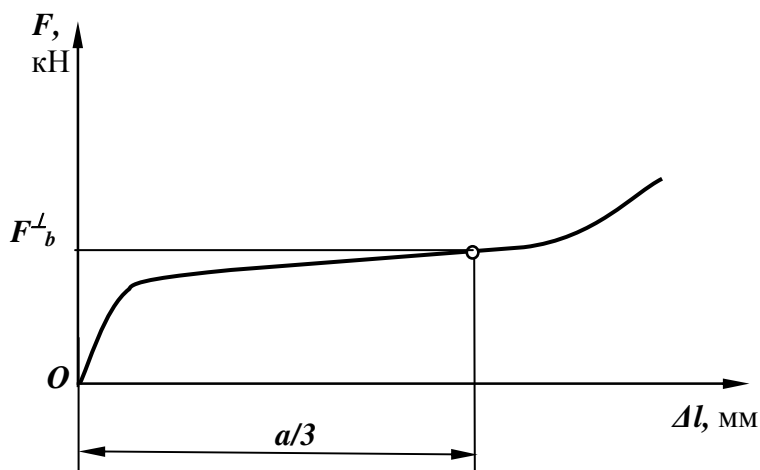


Рис. 2.5. Определение условного предела прочности при сжатии дерева поперек волокон

где A_0 — площадь поперечного сечения исходного образца.

Коэффициент анизотропии прочности k , показывающий, во сколько раз предел прочности при сжатии дерева вдоль волокон больше предела прочности при сжатии того же материала поперек волокон, определяется отношением:

$$k = \frac{\sigma_b^{c\Pi}}{\sigma_b^{c\perp}}.$$

6. Требования к образцам. Для испытания на сжатие металлов используют *цилиндрические образцы* с гладкими торцами или торцевыми выточками (см. рис. 2.2 , 2.3). При определении пределов пропорциональности и упругости отношение высоты образца h_0 к его диаметру d_0 не должно превышать 3 для исключения возможности изгиба образца от действия сжимающей нагрузки.

С целью исключения влияния трения между гладкими торцами образцов и опорными поверхностями на определение характеристик прочности допускается применение смазочного материала, например, машинного масла с графитом. Для образцов с торцевыми выточками обязательно применение смазки (стеарин, парафин или воск), которые наносятся в жидком состоянии.

Для испытания на сжатие неметаллов используют *образцы кубической формы* (см. рис. 2.4). Естественные строительные материалы (камень, гранит и т.д.) испытывают в виде образцов кубической формы со стороной 50 мм, а искусственные (цемент и др.) — со стороной 70,7 мм (площадь поперечного сечения 50 см²).

7. Оборудование и приборы. Для испытаний на сжатие используют те же универсальные машины, что и при испытании на растяжение, с записью

на диаграмме кривой нагрузка-деформация, так называемой машинной диаграммы. Кроме того, применяются и гидравлические прессы.

Пресс гидравлический (ПСУ-10)

Гидравлический пресс ПСУ-10 предназначен для испытания стандартных образцов строительных материалов на сжатие, а также поперечного изгиба кирпича согласно ГОСТ 530-54.

По конструкции силовозбуждающего устройства пресс относится к типу гидравлических и включает в себя три отдельных агрегата: собственно пресс (рис. 2.6), пульт управления, силоизмеритель.

Собственно пресс представляет собой неподвижную раму, состоящую из станины (5) и поперечины (1), соединенных между собой двумя колоннами (3). В центральном гнезде поперечины смонтирована винтовая пара, на которую закреплена плита опорная верхняя (2).

В центральной части станины расположен рабочий цилиндр прессы, в котором помещается плунжер. К плунжеру прикреплена плита нижняя (4). Под действием давления масла в цилиндре плунжер перемещается вверх. Максимальное передвижение его вверх должно быть в пределах 50 мм. Подвижные части машины опускаются вниз под действием собственного веса.

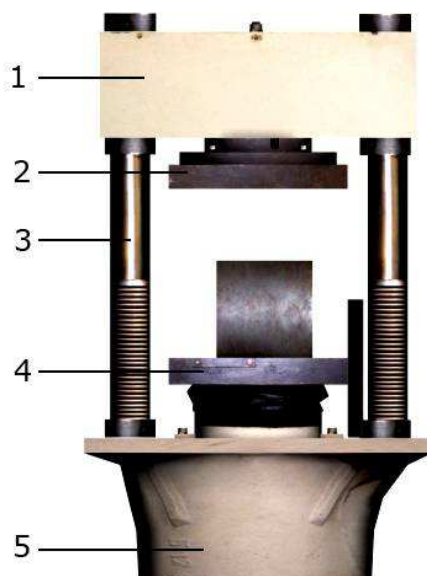


Рис. 2.6. Общий вид гидравлического прессы ПСУ-10

Экспериментальная часть. Обработка результатов

В этой части отчета должно быть описано:

испытательная машина (краткие технические данные и принцип работы);

испытание пластичного материала на сжатие, материал образца, вид образца до испытания и после испытания (с указанием размеров), машинная диаграмма сжатия образца (с указанием масштабов по координат-

ным осям сил и деформаций). Определение характеристик прочности (σ_T^c или $\sigma_{0,2}^c$);

испытание хрупкого материала на сжатие: материал образца, вид и размеры образца до испытания и после испытания, машинная диаграмма сжатия образцов. Определение характеристик прочности (σ_b);

испытания на сжатие анизотропного материала: материал образцов, вид и размеры деревянного образца на сжатие вдоль волокон до испытания и после испытания, вид и размеры деревянного образца на сжатие поперек волокон до испытания и после испытания, машинные диаграммы сжатия дерева вдоль и поперек волокон, определение характеристик прочности при сжатии дерева вдоль волокон и поперек волокон ($\sigma_b^{c\parallel}, \sigma_b^{c\perp}$);

примеры машинных диаграмм сжатия приведены на рис. 2 Приложения;

выводы (кратко описать, разделяя по пунктам, поведение материалов при испытании на сжатие: особенности деформации и разрушения пластичных, хрупких и анизотропных материалов).

Вопросы для самопроверки

1. Какими характеристиками оценивается прочность материала и какими – пластичность?
2. Хрупкие материалы прочнее при растяжении или сжатии?
3. Укажите особенности поведения при растяжении и сжатии хрупких, пластичных и хрупкопластичных материалов.
4. Для каких материалов и почему нельзя определить физический предел текучести (предел прочности) при сжатии?
5. Нарисуйте характерный вид диаграммы сжатия для хрупкого и пластичного материала (сталь, чугун, дерево).
6. Какой характер деформации и разрушения для пластичного и хрупкого материала? Нарисуйте вид образцов до сжатия и после разрушения.
7. Как определяется величина абсолютной остаточной деформации (относительной деформации), отвечающая физическому и условному пределу текучести (пределу прочности) при испытаниях на сжатие?
8. Приведите примеры изотропных и анизотропных материалов. Что такое коэффициент анизотропии прочности и как он определяется?
9. Приведите примерные величины характеристик прочности и пластичности для некоторых марок стали, а также дерева и бетона.
10. Чем объясняется возникновение бочкообразной формы образца при сжатии?
11. Какие материалы называются анизотропными?
12. Какова величина коэффициента анизотропии прочности дерева?
13. Чем объясняется разрушение хрупких материалов по наклонным площадкам, ориентация которых с осью образца составляет 45° .

Лабораторная работа № 3. Твердость материалов

Цель работы: ознакомиться с существующими методами определения твердости, получить практические навыки в определении твердости конструкционных материалов и пересчете чисел твердости, определяемых различными методами; научиться оценивать величину временного сопротивления материала без разрушения образца.

Теоретическая часть

1. Понятие о твердости материалов

Под твердостью конструкционных материалов понимают способность поверхностного слоя материала сопротивляться пластической деформации при внедрении в него другого, более твердого тела (*индентора*). Индентор должен быть определенной формы и размеров и не получать остаточную деформацию от действия прикладываемых к нему статических или динамических нагрузок. Выбор метода определения твердости зависит от различных факторов: твердости материала, размеров детали (образца), толщины слоя, твердость которого нужно измерить и т. д. Условия определения твердости, требования к оборудованию, приборам и образцам и т. д. регламентируются государственными стандартами.

Характеристикой твердости материала является число твердости, которое может определяться различными способами (Бринелля, Роквелла и т. д.). Поэтому числа твердости для одного и того же материала, определяемые различными способами, получаются различными как по величине, так и по размерности. С помощью специальных таблиц, номограмм, формул можно осуществлять пересчет чисел твердости.

Учитывая неизбежный разброс значения твердости по поверхности одного и того же материала, испытаниям подвергается несколько образцов, а на каждом образце делают несколько отпечатков. Затем проводят статистическую обработку результатов испытаний.

Испытание на твердость – простой метод неразрушающих испытаний, не требующий сложного оборудования. Наличие между твердостью испытываемого материала и его механическими характеристиками (например, пределом прочности σ_b) достаточно устойчивых соотношений позволяет заменить их трудоемкое определение измерением твердости материала.

Измерение твердости получило широкое распространение, как в заводской практике, так и при выполнении научных исследований. Такие испытания используются в следующих целях:

- для оценки твердости сплавов, как характеристики, косвенно отражающей механические свойства;
- для контроля качества термической обработки, вызывающей изменение свойств в поверхностном слое: например, цементация, поверхностная закалка, электрохимическая обработка и т.д.;

- для контроля изменения механических свойств во времени (например, контроль за состоянием трубопроводов) и т. д.

2. Метод Бринелля

Этот метод назван именем шведского инженера Бринелля (*Brinell*) Юхана Августа (1849 - 1925), предложенного им в 1900 г.

Метод измерения твердости металлов по Бринеллю (ГОСТ 9012-59) заключается во вдавливании шарика стального или из твердого сплава диаметром D в образец (изделие) под действием силы, приложенной перпендикулярно поверхности образца в течение определенного времени, и измерении диаметра отпечатка d после снятия силы (рис. 3.1). Число твердости по Бринеллю определяется как частное от деления нагрузки F (кгс), приложенной к шарiku, на площадь поверхности сферического отпечатка A (мм²):

$$A = \pi D h = \frac{\pi D^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2} \right]; \quad HB = \frac{F}{A}. \quad (3.1)$$

Стандартом предусмотрены следующие диаметры стальных шариков: 10; 5; 2,5; 2; и 1 мм. Для получения одинаковых значений твердости при

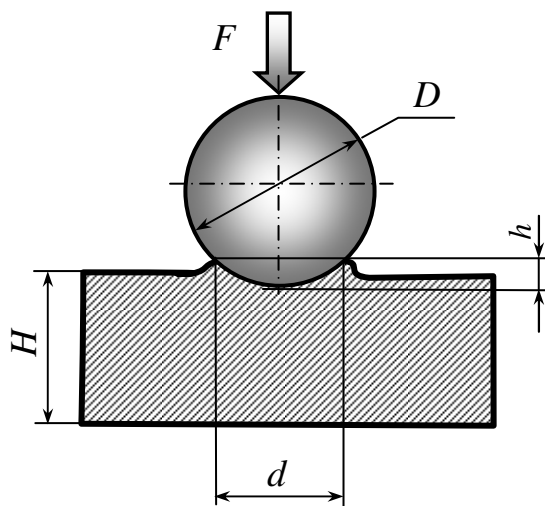


Рис.3.1. Вид деформированного образца после вдавливания шарика

испытаниях одного и того же металла шариками разного диаметра необходимо, чтобы соблюдалось соотношение между размером шарика и действующей на него нагрузкой $K = F/D^2$. Отношение K подбирается из ряда значений, приводимых в ГОСТе, с учетом свойств металла так, чтобы соотношение между диаметрами шарика и отпечатка было в некотором диапазоне ($d/D = 0,24 - 0,6$). Например, для сталей и высокопрочных сплавов ГОСТ рекомендует принимать отношение $K = 30$, для цветных металлов и сплавов при-

нимают $K = 10$, а для очень мягких металлов - $K = 2,5$ (подшипниковые сплавы) или даже $K = 1$ (свинец, олово).

На практике по диаметру d отпечатка находят число твердости HB , используя таблицы, составленные для каждого из рекомендуемых соотношений F и D . Современное оборудование позволяет находить твердость, определяя глубину h внедрения шарика.

Пластическое деформирование объемов металла в окрестности внедряемого наконечника связано с прохождением в них структурных изменений. Длительность протекания этих процессов зависит от свойств металла. Для черных металлов достаточно 10 - 15 секунд выдержки под нагрузкой, для

большинства цветных – 30 секунд. В некоторых случаях для завершения пластического течения устанавливают 180 секунд или особо оговаривают условия испытания.

Когда твердость испытуемого металла соизмерима с твердостью индентора – стального шарика, то вследствие деформации шарика искажается форма отпечатка, что влияет на точность результатов. Во избежание существенных ошибок вследствие смятия шарика вводится ограничение на применение метода Бринелля: *испытывают материалы с твердостью не превышающей 450 HB*. Для испытаний весьма твердых материалов используют другие методы, например, Виккерса или Роквелла, где в качестве индентора используют алмаз – самый твердый материал в природе.

Твердость по Бринеллю обозначают символами *HB* (*Hardness Brinell*), *HBW*:

HB – при применении стального шарика (твердость детали менее 450 единиц);

HBW – при применении шарика из твердого сплава (твердость детали более 450 единиц).

Символу *HB* (*HBW*) предшествует числовое значение твердости из трех значащих цифр, а после символа указывают диаметр шарика, значение приложенной силы (в кгс), продолжительность выдержки, если она отличается от 10 или 15 секунд.

Примеры обозначений:

250 HB 5/750 – твердость по Бринеллю 250, измеренная стальным шариком диаметром 5 мм, при нагрузке 750 кгс (7355 Н) и продолжительности выдержки 10 - 15 с;

575 HBW 2,5/187,5/30 – твердость по Бринеллю 575, измеренная шариком из твердого сплава диаметром 2,5 мм, при нагрузке 187,5 кгс (1839 Н) и продолжительности выдержки под нагрузкой 30 с.

При определении твердости стальным шариком или шариком из твердого сплава диаметром 10 мм при нагрузке 3000 кгс (29420 Н) и продолжительности выдержки 10 - 15 секунд твердость по Бринеллю обозначают только числовым значением твердости и символом *HB* или *HBW* (например, *300 HB*).

Связь твердости по Бринеллю с основными механическими характеристиками конструкционных материалов.

По известному числу твердости материала можно ориентировочно определить его механические характеристики. Так, например, как показывают результаты многочисленных экспериментов, между числом твердости по Бринеллю и временным сопротивлением σ_g для металлов существуют приближенные зависимости, простейшая из которых имеет вид:

$$\sigma_g = k HB, \quad (3.2)$$

где k – коэффициент, определяемый опытным путем. Ниже приведены значения k для некоторых материалов.

Сталь (при $HB < 175$) - 3,4.

Сталь (при $HB > 175$) - 3,6.

Алюминий - 4,0.

Дюралюминий - 3,7.

Медь холоднокатаная - 3,5.

Медь отожженная - 4,6.

Для серого чугуна зависимость менее надежна и более сложна. Для цветных металлов обычно отношение предела прочности от твердости находится в широких пределах и существенно зависит от степени предварительного наклепа.

3. Метод Виккерса (название от английского военно-промышленного концерна «*Vickers Limited*»).

Метод измерения твердости черных и цветных металлов и сплавов (ГОСТ 2999-75) основан на вдавливании алмазного наконечника в форме правильной четырехгранной пирамиды в образец (изделие) под действием силы, приложенной в течение определенного времени, и измерении длин обеих диагоналей отпечатка, оставшегося на поверхности образца после снятия нагрузки (рис. 3.2).

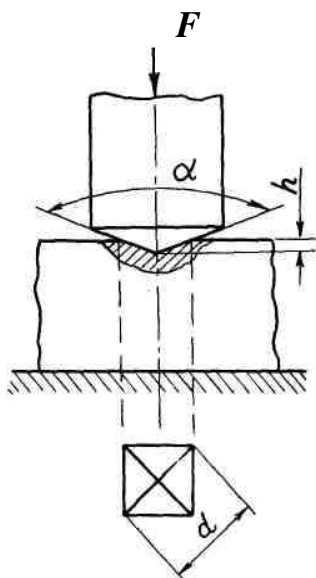


Рис. 3.2. Вид отпечатка метода Виккерса

Угол между противоположными гранями пирамиды 136° . Значение нагрузки на индентор выбирают из диапазона от 1 до 100 кгс.

Метод Виккерса является одним из наиболее совершенных и очень распространенных в лабораторной практике способов определения твердости. Высокая твердость и несминаемость алмаза обеспечивает большую степень точности определения твердости методом Виккерса.

Это особенно важно при испытании твердых материалов (более 500 кгс/мм^2). Ценность метода состоит также в том, что вследствие малых нагрузок вдавливания удается испытывать очень тонкие образцы, а также определять твердость тонких поверхностных слоев (например, азотированной стали). Можно определять твердость мелких готовых изделий, не разрушая и не портя их вследствие малой величины отпечатка. Твердость по Виккерсу указывается в единицах HV (*Hardness Vickers*) и определяется как частное от деления нагрузки F (кгс), приложенной к пирамиде, на площадь поверхности отпечатка A (мм^2), т. е. к поверхности углубления в форме пирамиды:

$$HV = F/A = 1,854F/d^2, \quad (3.3)$$

где d – среднее арифметическое значение длин обеих диагоналей отпечатка после снятия нагрузки, мм.

Измерение диагоналей производят с помощью микроскопа. Число

твердости находят по таблицам.

Твердость по Виккерсу при силовом воздействии 30 кгс (294,2 Н) и времени выдержки под нагрузкой 10 - 15 секунд обозначают цифрами, характеризующими величину твердости, и буквами *HV*.

Пример обозначения: 500 *HV* – твердость по Виккерсу, измеренная при силе 30 кгс и времени выдержки 10 - 15 секунд.

При других условиях испытания после букв *HV* указывают нагрузку и время выдержки. 220 *HV* 10/40 – твердость по Виккерсу, измеренная при силе 10 кгс (98,07 Н) и времени выдержки 40 секунд.

Замечание о размерности чисел твердости по Бринеллю и Виккерсу. Согласно формулам (3.1) и (3.3) значения твердости вычисляются как отношение нагрузки, вычисленной в кгс, к площади отпечатка, выраженной в мм², т. е. в кгс/мм² – размерности напряжений. Твердость по Бринеллю указывается в единицах *HB*, а по Виккерсу – в единицах *HV* без указания размерности. Если усилие выражено в Ньютонах, то для вычисления значений твердости вместо формул (3.1) и (3.2) используются формулы:

$$HB = \frac{0,102F}{A} \quad \text{и} \quad HV = 0,189 \frac{F}{d^2}.$$

4. Метод Роквелла (назван по имени американского металлурга С.П. Роквелла (*S. P. Rockwell*)).

Метод измерения твердости металлов и сплавов по Роквеллу (ГОСТ 9013-59) заключается во внедрении в поверхность образца (или изделия) алмазного конуса с углом при вершине 120° (шкалы *A* и *C*) или стального шарика диаметром 1/16" (1,5875 мм) (шкала *B*) под действием последовательно прилагаемых предварительной и основной сил и в определении глубины внедрения наконечника под действием основной нагрузки (таблица 3.1). Отсчет результатов измерения твердости производится по шкале индикатора при действии на индентор предварительной нагрузки F_1 , то есть после снятия основной нагрузки F_2 . Это позволяет исключить из рассмотрения упругую деформацию частей прибора и образца (рис. 3.3).

Таблица 3.1

Шкалы Роквелла	Нагрузка на индентор, кгс			Диапазоны измерений
	Предварительная	Основная	Общая	
A	10	50	60	70-85 HRA
B	10	90	100	25-100 HRB
C	10	140	150	20-67 HRC

К преимуществам метода Роквелла можно отнести большую производительность при определении твердости, так как отсчет чисел производится здесь непосредственно по шкале индикатора. Весь процесс измерения твердости занимает всего несколько секунд.

Измерение твердости по шкале *C*. Если индентор внедрится на глубину $h_0 = 0,2$ мм, то твердость такого материала условно считается равной

нулю. Если же под действием той же нагрузки F индентор не внедряется в материал (пластическая деформация равна нулю), то твердость такого материала принято считать равной 100 единицам Роквелла. Таким образом, за единицу твердости принята величина, соответствующая перемещению наконечника на 0,002 мм. Применение такой «перевернутой» шкалы (рис. 3.3) обосновано тем, что глубина внедрения индентора обратно пропорциональна твердости материала. Поэтому твердость материала будет характеризоваться величиной $(h_0 - h)$ в мм и определяется по формуле:

$$HRC = \frac{h_0 - h}{h_0} 100.$$

Практически невозможно измерить глубину внедрения, начиная с поверхности образца, так как будут возникать большие инструментальные ошибки, связанные с невозможностью точного определения момента касания индентора поверхности образца и неконтролируемым смятием материала в зоне контакта, особенно если имеется шероховатость поверхности. Поэтому дается предварительная нагрузка F_1 , принятая равной 10 кгс, ко-

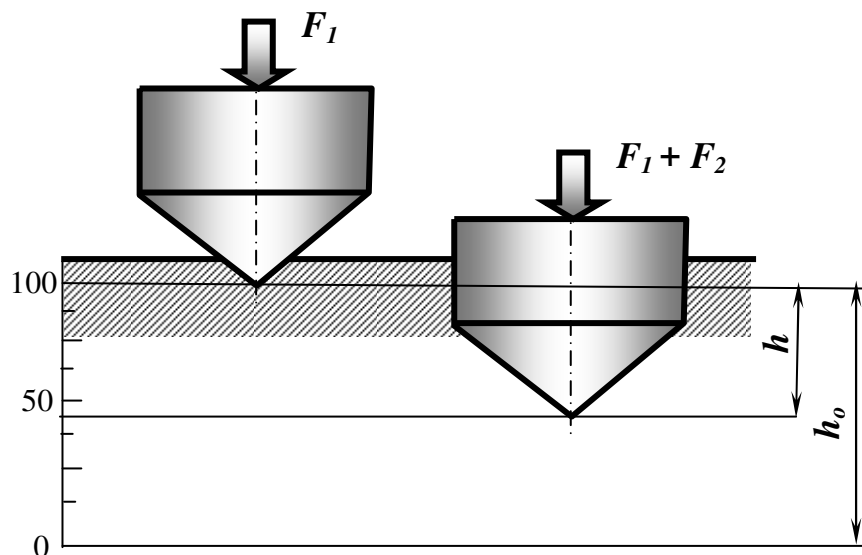


Рис. 3.3. Схема определения твердости методом Роквелла

торой будет соответствовать неконтролируемое внедрение индентора в испытуемый материал, и измерение величины $(h_0 - h)$ начинается после приложения этой предварительной нагрузки (см. рис. 3.3). Показания индикатора при приложении нагрузки F_1 условно принимают за нулевой отсчет. Величина $(h_0 - h)$ измеряется, следовательно, от действия основной нагрузки.

Измерение твердости по шкале А. Шкалу А (идентична шкале С) применяют для измерения твёрдости преимущественно листовых материалов. Из-за снижения общей нагрузки на индентор в 2,5 раза (см. табл. 1.3) и уменьшения вследствие этого глубины проникновения наконечника минимальную толщину испытуемого образца или изделия удалось снизить до

0,4 - 0,7 мм.

Измерение твёрдости по шкале В. Для многих мягких металлов и сплавов внедрение алмазного конуса может оказаться большим, чем 0,2 мм. В этом случае число твердости, вычисляемое по формуле (4), станет отрицательным, что лишено физического смысла и не может характеризовать твердость материала. В этих случаях применяют следующие меры:

- заменяют конический индентор на сферический;
- снижают нагрузку на индентор в 1,5 раза (со 150 кгс до 100 кгс);
- смещают шкалу на 30 единиц (шкала В красного цвета). Число твердости определяется по формуле:

$$HRB = \frac{h_0 - h}{h_0} 100 + 30.$$

Твердость указывается в единицах *HR* (*Hardness Rockwell*) с добавлением обозначения шкалы (*HRA*, *HRB*, *HRC*), которому предшествует числовое значение твердости из трех значащих цифр. Твердость по Роквеллу - величина безразмерная.

Пример обозначения: 61 *HRC* - твердость 61 единиц Роквелла по шкале С.

5. Метод Шора (упругого отскока). Метод назван по имени американского промышленника А. Шора (*A. Shore*). Предложен в 1906 г.

Мерой твердости является высота отскока бойка, падающего с определенной высоты. На испытуемый образец 1 (рис. 3.4) с высоты *H* падает боек 2 весом *Q* с шариком 3 на конце. Диаметр шарика *D* = 2,5 мм. Если при ударе бойка по испытуемому образцу возникла бы только упругая деформация, то он отскочил бы на ту же высоту, с которой падал (если, конечно, не учитывать потери части энергии на вредное сопротивление – трение, сопротивление воздуха, колебание прибора и др). Смысл числа твердости по Шору будет понятен из следующих данных. Высота отскока *h* бойка от высокоуглеродистой стали, закаленной на мартенсит принята равной за 100, и твердость такой стали условно считается равной 100 единицам по Шору (шкала прибора имеет 140 равных делений). Отсутствие отскока соответствует твердости, равной нулю.

Между твердостями при упругом отскоке (*HSh*) и при статическом вдавливании шарика (*HB*) наблюдается достаточно устойчивая зависимость, близкая к линейной, а именно для стали:

$$HB = 7HSh. \quad (3.4)$$

6. Метод Польди (двойного отпечатка шарика)

Данным методом производится оценка твердости испытуемого материала в сравнении с твердостью эталона. Испытание производится путем ударного вдавливания стального шарика одновременно в образец и эталон посредством специального прибора (рис. 3.5).

Шарик 2 диаметром *D* помещается между образцом 1 и эталоном 3. Удар по бойку 4 наносится ручным молотком 5.

Твердость образца вычисляется по формуле:

$$HB = HB_0 \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d_0}{D}\right)^2}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}},$$

где HB_0 – известная твердость по Бринеллю эталона; d_0 и d – диаметры отпечатков соответственно на эталоне и образце; D – диаметр шарика. На

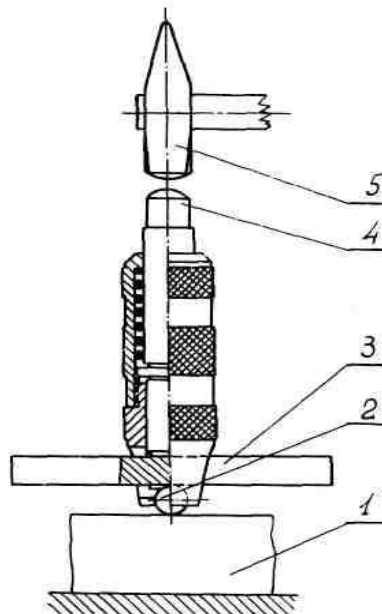
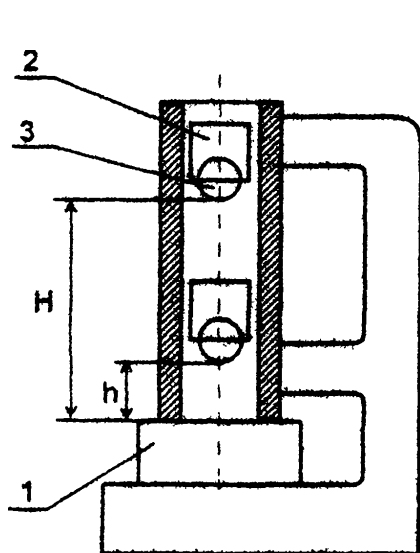


Рис. 3.4. Схема прибора Шора Рис. 3.5. Схема прибора Полюди

практике HB определяется по специальным таблицам.

7. О переводе чисел твёрдости

Во всех упомянутых выше государственных стандартах указано, что общего точного перевода чисел твердости, измеренных соответствующими методами на числа твердости, определенными другими методами или на прочность при растяжении не существует. Однако результаты проведенных многочисленных экспериментов указывают на то, что имеются, хотя и приближенные, но достаточно устойчивые зависимости. В таблице 3 приложения приведены сравнения твердости металлов и сплавов по различным методам.

8. Измерительные приборы и образцы

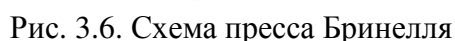
В настоящее время существует много приборов для определения твердости. Например, для определения твердости по Бринеллю – приборы ТШ-2, ТБ- 5004; по Виккерсу – ТП-2; по Роквеллу – ТР-5006. Универсальный прибор УПТ позволяет определять твердость всеми тремя методами. В качестве примера показана схема полуавтоматического прибора для измерения твердости металлов методом Бринелля (рис. 3.6). Образец 1 кладется на предметный столик 2 и подводится до соприкосновения с шариком 5, вращением маховичка 4. Нажатием пусковой кнопки 7 включается электродвигатель. Усилие от грузов 12 через рычаги 11, 14 передается на шарик 5, автоматически удерживается в течение 10-15 с, затем производится авто-

Со схемами приборов и инструкциями по определению твердости,

можно более подробно ознакомиться на рабочем месте при выполнении лабораторной работы.

Стандарты предусматривают следующие основные требования при измерении твердости.

1. Поверхность испытуемого образца должна быть тщательно подготовлена и свободна от окарины и других посторонних веществ. При подготовке поверхности надо принять меры предосторожности против возможного



2. Испытуемый образец должен быть без короблений и лежать на столике прибора устойчиво. Необходимо обращать особое внимание на качество поверхности образца не только со стороны внедрения индентора, но и со свободной стороны, которой он кладется на предметный столик прибора – она должна быть ровной, без местных выступов (например, не допускается с этой стороны наличие даже мелких отпечатков от шарика, конуса или пирамиды). Это объясняется тем, что под действием нагрузки выступы будут сминаться, что приведет к кажущемуся уменьшению твердости в результате увеличения размера h . Требования этого пункта имеют особое значение только при определении твердости по Роквеллу.

- минимальная толщина образца H должна быть не меньше 10 - кратной глубины отпечатка h (см. рис. 3.1);

- расстояние от края отпечатка до края образца или до соседнего отпечатка должно быть не меньше $(2-3)d$. Это требование обусловлено тем, что деформирование образца у края будет облегчаться, а близко расположенные соседние отпечатки упрочняют материал;

32

- диаметр каждого отпечатка измеряется в двух взаимноперпендикулярных направлениях, результаты замеров d_1 и d_2 заносятся в протокол, образец которого приводится ниже, и подсчитывается средний диаметр

$$d_{cp} = (d_1 + d_2)/2.$$

Измерение диаметров отпечатков производится с помощью специального отсчетного микроскопа на лабораторном столе. На рис. 3.7

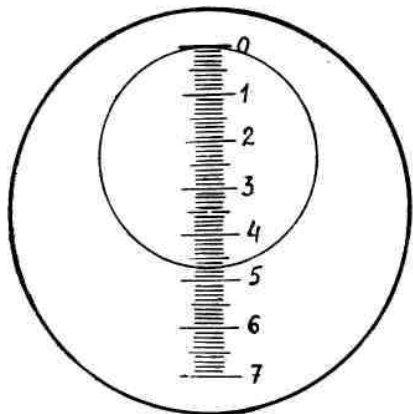


Рис 3.7. Изображение отпечатка, видимое в микроскоп

показано изображение отпечатка, видимое в микроскоп (увеличение микроскопа обычно равно 24). Один из краев отпечатка необходимо совместить с нулевым штрихом шкалы и произвести отсчет по шкале с точностью до 1/2 деления. Видимое в микроскоп расстояние между большими штрихами соответствует одному миллиметру. Полученный размер диаметра отпечатка

записывают сразу в миллиметрах. Так на рис. 3.7 имеем: $d = 4,75$ мм.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

В этой части отчета должны быть представлены протоколы испытаний твердости стальных образцов Бринеллю и Роквеллу.

1. Определить твердость по Бринеллю. Результаты внести в протокол № 1. Определение HB по диаметру отпечатка предлагается провести с помощью справочных таблиц или рассчитать по формуле (3.1).

Протокол № 1.

Определение твердости по Бринеллю

Тип прибора _____ Марка материала _____

Диаметр шарика $D =$ _____ мм. Термическая обработка _____

Нагрузка на индентор $F =$ _____ кгс

Таблица 3.2

Номер опыта	Диаметр отпечатка, d , мм		Средний диаметр d_{cp} , мм	Число твердости, HB , кгс/мм ²	Среднее число твердости, HB_{cp} , кгс/мм ²
	Первое измерение, d_1	Второе измерение, d_2			
1					
2					
3					

2. Определить твердость по Роквеллу. Результаты внести в протокол № 2. Числа твердости HRC и HRB сразу читаются по шкалам индикатора и заносятся в протокол № 2, приведенный ниже.

Запишите полученные вами числа твердости согласно требованиям ГОСТ.

Протокол № 2

Определение твердости по Роквеллу

Тип прибора _____ Марка материала _____
 Шкала прибора _____ Термическая обработка _____
 Нагрузка на индентор _____ Тип индентора _____

Таблица 3.3

Номер опыта	Число твердости HRC	Число твердости HRB	Среднее число твердости	
			HRC	HRB
1				
2				
3				

3. Произведите пересчет полученных чисел твердости по Бринеллю HB_{cp} в числа твердости HRC и HRB , HV , Hsh . Воспользуйтесь для этого таблицей 3 приложения и соотношением (3.4). Эти зависимости были получены на основании статистической обработки многочисленных результатов опытов с различными марками сталей.

3. По известной твердости HB_{cp} определите временное сопротивление материала σ_b по формуле (3.2) или таблице 3 Приложения и определите марку стали по таблице 2 Приложения.

Вопросы для самопроверки

1. Что называют твёрдостью материала?
2. Перечислите способы определения твёрдости материала.
3. Имеется ли связь между числом твёрдости, найденными различными методами? Приведите эти зависимости.
4. Имеется ли связь между твердостью материала и его механическими характеристиками? Приведите эти зависимости.
5. Расскажите о последовательности операций и об основных требованиях ГОСТ при определении твердости по Бринеллю, Роквеллу и Виккерсу.
6. Каковы форма и размеры индентора (наконечника) при определении твердости по Бринеллю, Роквеллу и Виккерсу?
7. Каковы размерности чисел твердости, найденных методами Бринелля, Роквелла и Виккерса?
8. Приведите зависимости между временным сопротивлением для углеродистой стали и ее твёрдостью по Бринеллю.
9. Перечислите основные требования ГОСТ при определении твёрдости по Роквеллу.
10. Укажите (ориентировочно) твердость среднеуглеродистой отожженной и закаленной стали по HRB , HRC и HB .
11. Укажите размерность чисел твёрдости, найденных различными методами.
12. По какой формуле подсчитать твёрдость по Виккерсу? Какую форму имеет индентор при определении твёрдости методом Виккерса?
13. В чем сущность метода определения твёрдости по Шору?
14. В чем сущность определения твёрдости методом двойного отпечатка (Польди)?

Лабораторная работа № 4. Определение модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной деформации для стали

Цель работы: проверка справедливости закона Гука, экспериментальное определение модуля нормальной упругости, коэффициента поперечной упругой деформации для стали.

Теоретическая часть

1. Закон Гука (историческая справка)

В 1678 году английский физик, архитектор, изобретатель, инженер Роберт Гук (1635 - 1703) в своей работе привел утверждение: «*Каково удлинение, такова и сила*». Это утверждение известно как **закон Гука**.

Однако при такой формулировке возникает неопределённость: сходные кривые «удлинение – сила» можно получить для различных материалов, подбирая соответствующим образом форму и размеры тела. Спустя более чем столетие, в 1807 г. английский физик, медик, астроном, филолог Т. Юнг (1773-1829) пришел к выводу, что если абстрагироваться от размеров элемента и вида нагрузки, а пользоваться относительным значением силы (позднее введен термин «напряжение») и деформации, то закон Гука можно записать в следующем виде:
$$\frac{\text{Напряжение}}{\text{Деформация}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \text{Константа}.$$

Юнг заключил, что эта константа является неотъемлемой характеристикой каждого химического вещества и представляет его жёсткость. Константу упругости называли **модулем Юнга** и обозначили ***E***. Эту константу ещё называют *модулем нормальной упругости* или *модулем упругости первого рода*. Вводя закон Гука, Юнг обращает внимание на то, что этот закон сохраняет силу лишь до известного предела, за которым часть деформации получается не упругой, а составляет ее необратимую, остаточную долю. Описывая опыты на растяжение и сжатие брусьев, Юнг обращает внимание на тот факт, что продольная деформация всегда сопровождается некоторым изменением поперечных размеров. Связь между поперечной и продольной деформациями была исследована французским физиком, механиком, математиком, астрономом Пуассоном (1781-1840). Опыты показали, что коэффициент Пуассона, как и модуль Юнга, отражает особенности атомных взаимодействий.

2. Характеристики упругости

Деформация изотропного тела в упругой области может быть полностью описана, если известны упругие характеристики данного материала (упругие постоянные): *модуль нормальной упругости E, модуль сдвига G и коэффициент поперечной упругой деформации μ* .

Модуль нормальной упругости характеризует сопротивляемость материала в упругой области деформации растяжения или сжатия. При постоянной температуре модуль нормальной упругости для данного матери-

ала, как при растяжении, так и при сжатии имеет практически одинаковую величину. Эта упругая характеристика материала входит, например, в формулу закона Гука при растяжении и сжатии для определения абсолютного удлинения (укорочения) Δl или относительной линейной деформации ε стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (4.1)$$

где N - внутреннее осевое усилие; σ - нормальное напряжение; l - длина стержня или его участка, в пределах которого определяется деформация; A - площадь поперечного сечения стержня.

Произведение EA называется **жесткостью поперечного сечения при растяжении или сжатии**.

Если тело испытывает упругопластические деформации, то зависимость между Δl и N становится более сложной и закон Гука теряет силу. Из формул (4.1) можно экспериментально определить модуль нормальной упругости:

$$E = \frac{Nl}{A\Delta l} \quad \text{или} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (4.2)$$

определяя деформацию Δl (или ε), соответствующую усилию N (или напряжению σ).

Как следует из формул (4.2), E имеет размерность напряжения, $1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$. Значения характеристик упругости для ряда конструкционных материалов приведены в таблице 4 Приложения.

Модуль касательной упругости (модуль сдвига, модуль упругости второго рода) характеризует сопротивляемость материала деформации сдвига в упругой области. Запишем закон Гука при кручении:

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} \quad (\text{или } \gamma = \frac{\tau}{G}), \quad (4.3)$$

где φ - угол закручивания (γ - относительный угол сдвига); T - крутящий момент (τ - касательное напряжение); l - длина стержня или участка, в пределах которого определяется деформация; I_p - полярный момент инерции поперечного сечения.

Крутящий момент и полярный момент инерции в пределах данного участка должны быть постоянными. Произведение GI_p называется **жесткостью сечения при кручении**. Аналогично растяжению, из формул (4.3) можно вычислить модуль сдвига для материала образца:

$$G = \frac{Tl}{\varphi I_p} \quad \text{или} \quad G = \frac{\tau}{\gamma}.$$

Модуль G имеет размерность напряжения. Напомним, что для круглого сплошного сечения $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$.

Третья упругая постоянная материала - **коэффициент поперечной упругой деформации μ** (коэффициент Пуассона). Он устанавливает связь между

относительной поперечной и относительной продольной деформациями в упругой области при линейном напряженном состоянии (растяжении или сжатии) (рис. 4.1).

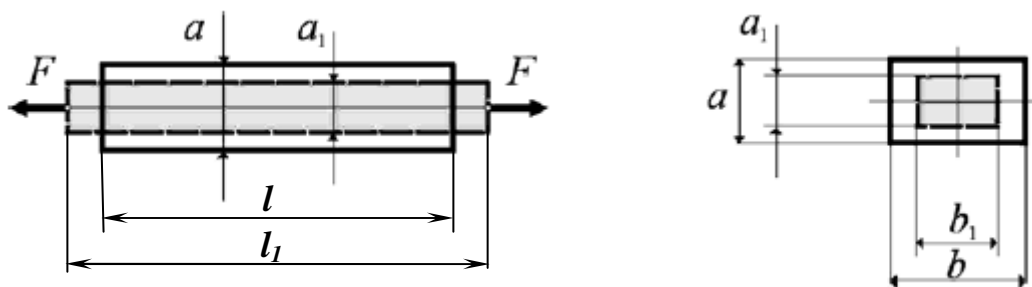


Рис. 4.1. Схема деформации образца при осевом растяжении

Абсолютная поперечная деформация стержня определяется как разность его поперечных размеров до и после деформации:

$$\Delta a = a - a_1; \Delta b = b - b_1.$$

Относительная поперечная деформация стержня определяется отношением абсолютной поперечной деформации к соответствующему первоначальному размеру. Относительная поперечная деформация при растяжении (сжатии) для изотропных материалов во всех направлениях одина-

кова:

$$\epsilon_y = \frac{\Delta a}{a}; \quad \epsilon_z = \frac{\Delta b}{b}; \quad \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon_{\text{попер}}.$$

Коэффициент Пуассона равен абсолютной величине отношения поперечной деформации к продольной:

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_{\text{попер}}}{\epsilon_{\text{прод}}} \right| = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right| = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \right|. \quad (4.4)$$

Коэффициент Пуассона – безразмерная величина.

Так как продольная и поперечная деформация для большинства конструкционных материалов имеют противоположные знаки, можем записать $\epsilon_y = \epsilon_z = -\mu \cdot \epsilon_x$, или, учитывая, что, согласно закону Гука, $\epsilon_x = \sigma_x / E$,

получим:

$$\epsilon_y = \epsilon_z = -\mu \frac{\sigma_x}{E}.$$

Для изотропных материалов коэффициент Пуассона лежит в пределах от 0 до 0,5 (для пробкового дерева - $\mu \approx 0$; сталь - $\mu \approx 0,3$; каучук - $\mu \approx 0,5$).

Кроме того, величину коэффициента Пуассона можно оценить из известного аналитического соотношения между E , G и μ :

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}. \quad (4.5)$$

Выражение (4.5) показывает, что из трёх постоянных, характеризующих упругие свойства изотропного материала, независимыми могут быть

только две, так как любую третью можно определить, зная две другие упругие постоянные. Так, из формулы (4.5) следует: $\mu = \frac{E}{2G} - 1$.

3. Приборы и оборудование

К настоящему времени разработан ряд экспериментальных методов определения упругих постоянных, из которых можно выделить основные три группы. Это статические, динамические (по скорости распространения упругой волны и по частоте колебаний (Т. Юнг определил величину модуля стали из наблюдения частоты вибраций камертона)) и рентгенографические. Преимущество статических методов заключается в том, что для их реализации не требуется специального оборудования – достаточно штатных испытательных машин и приборов, имеющихся в заводской лаборатории. Статические методы основаны на использовании закона Гука при растяжении и кручении, а также зависимостей между продольной и поперечной деформациями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad G = \frac{\tau}{\gamma}, \quad \mu = \frac{\varepsilon_{\text{поп}}}{\varepsilon_{\text{прод}}}.$$

Из приведенных зависимостей следует, что основной задачей является определение линейных и угловых деформаций, т.е. правильно поставленная тензометрия (от лат. *tendo* - напрягаю, растягиваю и греч. *μετρεω* - измеряю). Тензометрия – область техники измерения, занимающаяся определением значения деформации, вызванной механическими напряжениями.

Приборы для измерения деформаций по принципу их действия можно подразделить на механические тензометры (использующие систему рычагов и стрелочные указатели), оптические и электрические. Электрические *тензодатчики*, в свою очередь, подразделяются на несколько типов, характеризующихся принципом измерения. Индуктивные (перемещение → изменение индуктивности → электрический сигнал), ёмкостные (перемещение → изменение ёмкости → электрический сигнал), резистивные (от лат. *resisto* - сопротивляюсь, противостою), работающие по принципу: перемещение → изменение размеров проводника или изменение положения реохорда, или изменение проводимости электролита, или изменение фотосопротивления → электрический сигнал.

3.1. Испытательная машина для нагружения осевой силой

Для нагружения образца осевой нагрузкой при определении модуля нормальной упругости используется разрывная машина УММ-5 с механическим приводом и максимальным усилием 50 кН (рис. 4.2).

Образец 2, с установленными на нем индикаторами, закреплен в захватах 1 и 3, подвергается растяжению с помощью механического привода. Величину нагружения определяют по шкале силоизмерителя 4.

3.2. Испытываемые образцы

Образец для растяжения представляет собой тонкую полосу прямоугольного поперечного сечения. На образце устанавливаются 4 индикатора

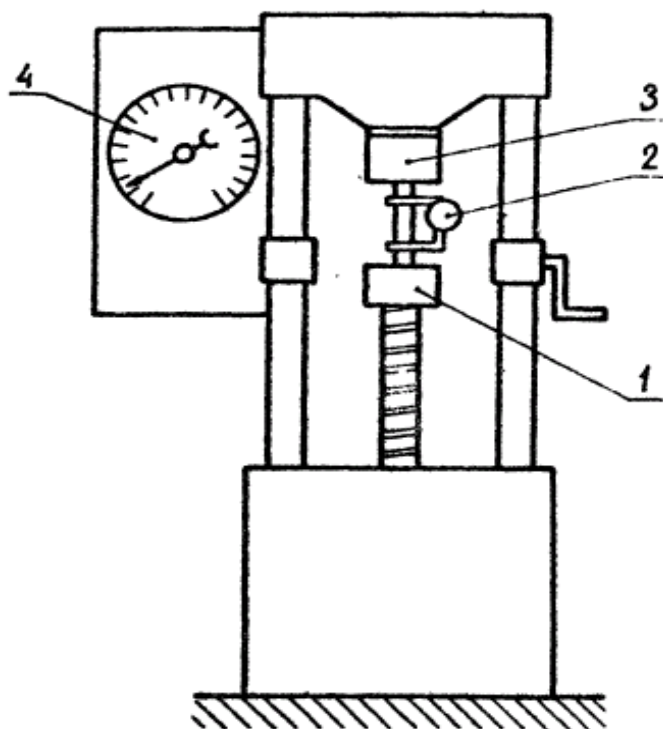


Рис. 4.2

часового типа с ценой деления 0,001 мм: два – для измерения продольной деформации, два – для поперечной деформации (рис. 4.3).

Исходные данные для образца:

- длина образца - 240 мм,
- ширина сечения - 100 мм,
- высота сечения - 5 мм,
- площадь сечения - 500 мм²,
- модуль упругости материала - 2×10^5 МПа,
- коэффициент поперечной деформации - 0,25...0,35.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

Для экспериментального определения модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной упругой деформации необходимо:

1. Зарисовать схему образца с индикаторами (см. рис. 4.3). На рисунке: *B1* и *B2* – индикаторы для измерения продольной деформации, *C1* и *C2* – для измерения поперечной деформации.

2. Образец, закрепленный в захватах испытательной машины, нагрузить начальной нагрузкой, например, $F_1 = 5000$ Н. Снять показания с индикаторов, соответствующие продольной деформации n и поперечной деформации n' , занести их в табл. 4.1. Затем увеличивать нагрузку ступенями, например, $\Delta F = 5000$ Н, и каждый раз снимать и записывать показания n_i и n'_i . Испытание ограничить 3-4 ступенями нагружения, после чего произвести разгрузку образца.

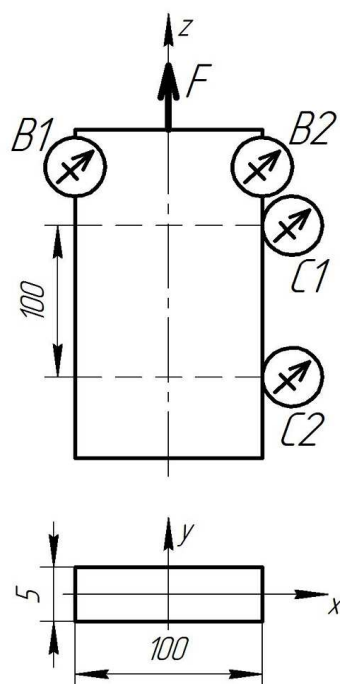


Рис. 4.3. Схема образца с индикаторами

Особенностью статических методов определения упругих постоянных является возможность перегрузки образца и выхода в область пластических деформаций. Поэтому, прежде чем приступить к расчёту модуля упругости, необходимо убедиться в том, что нагру-

жение действительно было в упругой области. Для этого необходимо построить график "нагрузка - удлинение", используя результаты вычислений колонок таблицы $\sum \Delta F_i$, $\sum \Delta n_i$. Линейность графика свидетельствует о корректности испытаний. По этому графику делается вывод об экспериментальной проверке справедливости закона Гука.

Таблица 4.1

Протокол испытаний на растяжение

Нагрузка F , Н	Приращение нагрузки, ΔF , Н	Показания индикаторов, 10^{-3} мм							
		Продольные деформации				Поперечные деформации			
		Индикатор №1		Индикатор №2		Индикатор №3		Индикатор №4	
		Показа- ния, n_i	Разность показа- ний, Δn_i	Показа- ния, n_i	Разность показа- ний, Δn_i	Показа- ния, n'_i	Разность показа- ний, $\Delta n'_i$	Показа- ния, n_i	Разность показа- ний, Δn_i
5000									
10000									
15000									
20000									
25000									

3. Определить среднее приращение продольной и поперечной деформаций, соответствующих ступени нагружения ΔF , равной 5000 Н.

Для этого подсчитывается и заносится в соответствующую графу таблицы 4.1 разность последующего и предыдущего показаний индикаторов Δn_i , $\Delta n'_i$. После вычисления Δn_i , $\Delta n'_i$ определяется среднее приращение по каждому прибору на ступень нагрузки Δn_{cp} – для индикаторов 1, 2 продольной деформации; $\Delta n'_{cp}$ – для индикаторов 3, 4 поперечной деформации:

$$\Delta n_{cp} = \frac{\sum \Delta n_i}{m} \quad \text{и} \quad \Delta n'_{cp} = \frac{\sum \Delta n'_i}{m},$$

где m - число ступеней нагрузки.

4. Вычислить приращение напряжений: $\Delta \sigma_{cp} = \frac{\Delta F}{A}$.

5. Модуль нормальной упругости определить по формуле (4.2), используя средние приращения параметров:

$$E = \Delta \square_{cp} / \Delta \varepsilon_{cp},$$

где $\Delta \varepsilon_{cp} = \Delta n_{cp} / (kl)$, $k = 1,25$ – коэффициент увеличения индикатора, $l = 100$ мм – база индикатора (тензодатчика).

6. Величина коэффициента поперечной упругой деформации μ в соответствии с (4.4) определится из выражения:

$$\mu = \left| \frac{\Delta n'_{cp}}{\Delta n_{cp}} \right|. \quad (4.6)$$

При этом учитывается, что измерительная база для оценки как продольной, так и поперечной деформации, одинакова и равна 100 мм.

7. По формуле (4.5) вычислить модуль сдвига $G_{\text{экспер}}$, используя определённые выше $E_{\text{эксп}}$ и $\mu_{\text{эксп}}$.

7. Сравнить полученные экспериментальные значения $G_{\text{экспер}}$, $E_{\text{эксп}}$ и $\mu_{\text{эксп}}$ с табличными для данного материала (таблица 4 Приложения), найти погрешность (в процентах по отношению к табличным).

8. Сделать анализ и выводы по работе.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите упругие постоянные для изотропного материала, укажите их размерности.

2. Что характеризует модуль нормальной упругости? Какова его размерность?

3. Напишите формулу закона Гука при растяжении или сжатии и объясните смысл всех членов, входящих в формулу.

4. Что называется жёсткостью поперечного сечения стержня при растяжении и сжатии?

5. Что называется коэффициентом Пуассона и какая его размерность?

6. Напишите формулу, устанавливающую связь между тремя константами упругости E , G и μ .

7. Каким методом определяется упругая линейная деформация образца при определении модуля нормальной упругости?

8. Почему при измерении линейной Δl и угловой φ деформации необходимо ступенчатое нагружение растягивающей силой и крутящим моментом?

9. Какой вид имеет график $\Delta l = f(F)$ при нагружении в упругой области?

10. Какие величины необходимо измерить опытным путем при определении модуля нормальной упругости?

11. Какую величину не должны превышать возникающие в образце напряжения при определении модулей нормальной и касательной упругости? Почему?

12. Как изменится абсолютное удлинение образца и во сколько раз, если площадь поперечного сечения увеличить в два раза (при той же базе прибора и нагрузке)?

13. Какие относительные деформации в растягиваемом или сжимаемом образце больше: продольные или поперечные?

14. Какие знаки имеют продольные и поперечные деформации при растяжении и при сжатии образца?

15. Что характеризует наклон прямолинейного участка диаграмм растяжения в координатах σ - ε ?

16. Как влияет E на величину деформации образца?

17. Что происходит с поперечными размерами бруса при его растяжении и сжатии?

18. Назовите величины E , G и μ для стали и некоторых других материалов.

РАЗДЕЛ 2

Лабораторные работы по изучению напряжённо-деформированного состояния элементов конструкций

Лабораторная работа № 5. Определение прогибов и углов поворота сечения для балки на двух опорах

Цель работы: экспериментальное определение прогибов и углов поворота поперечных сечений при изгибе балки с двумя шарнирными опорами, определение зависимостей величины прогиба и угла поворота сечения от величины и места приложения нагрузки; экспериментальная проверка формулы Мора для определения прогибов и углов поворота.

Теоретическая часть

1. Основные определения и понятия

Изгиб – это такой вид деформации бруса, при котором в его сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют **поперечным**.

Брус, работающий преимущественно на изгиб, называется **балкой**.

Если поперечные силы не возникают, изгиб называется **чистым**.

Изгиб называется **плоским**, если все нагрузки и реакции связей действуют в одной плоскости.

Ограничимся рассмотрением балок с прямолинейной продольной осью, поперечные сечения которых имеют, по меньшей мере, одну ось симметрии. Как известно ось симметрии и перпендикулярная ей центральная ось являются главными центральными осями сечения. Плоскость, проходящая через продольную ось балки и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называют **главной плоскостью** балки.

В случае если **силовая плоскость**, то есть плоскость действия нагрузок, совпадает с одной из главных плоскостей, имеет место **прямой изгиб** балки.

При прямом изгибе деформация происходит в силовой плоскости, то есть в этой плоскости располагается ось изогнутой балки.

Рассмотрим деформацию балки прямоугольного поперечного сечения, закрепленную на двух шарнирных опорах, при изгибе от действия сосредоточенной силы F (рис. 5.1).

При изгибе балки произвольное поперечное сечение балки C перемещается в положение C' за счет вертикального линейного перемещения точек оси балки w – прогиба и угла поворота сечения θ .

В теории изгиба балок прогибы считаются малыми по сравнению с длиной балки, а квадраты углов поворота малыми по сравнению с единицей. Прогибы и углы поворота сечений связаны зависимостью: $\theta(x) = \frac{dw}{dx}$.

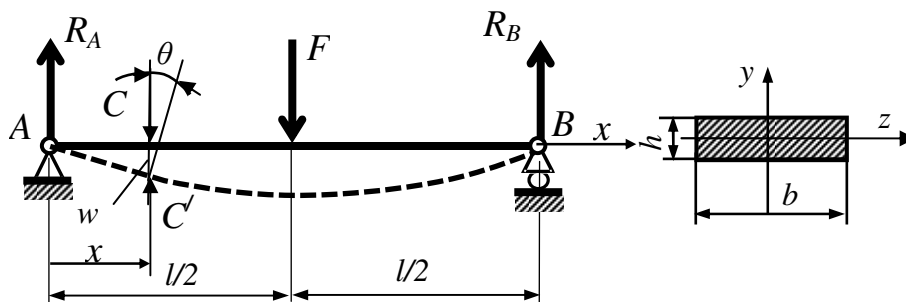


Рис. 5.1. Изгиб двухопорной балки

Умение вычислять линейные и угловые перемещения различных сечений конструкций необходимо при оценке жесткости конструкции, исследовании колебаний упругих систем, расчете конструкций при ударном приложении нагрузок.

Метод Максвелла-Мора является универсальным. Рассчитываемая конструкция может быть загружена любой системой внешних сил, а геометрическая ось – иметь прямолинейную или криволинейную форму.

По методу Максвелла-Мора упругая система рассматривается в **двух** состояниях: **действительном (или грузовом)** – нагруженной всеми внешними силами, **фиктивном (или единичном)** – нагруженной только единичной обобщенной силой, соответствующей искомому перемещению. Соответствие должно быть по **трем** пунктам: а) разновидности прикладываемого силового фактора; б) точке его приложения; в) направлению действия. Напомним, линейному перемещению соответствует сосредоточенная сила ($\bar{F} = 1$), угловому – момент ($\bar{M} = 1$). Обобщенная единичная сила (в любом случае – величина безразмерная) прикладывается в точке, перемещение которой требуется найти. Направление обобщенной единичной силы соответствует направлению искомого перемещения.

В общем случае число слагаемых интеграла Максвелла-Мора для определения перемещения Δ равно 6 – числу внутренних силовых факторов (ВСФ).

В практических расчетах балок, пространственных и плоских рам тремя слагаемыми, соответствующими продольному и поперечным усилиям, обычно пренебрегают, поскольку их вклад в общую сумму на два-три порядка меньше, чем от слагаемых с крутящим и изгибающими моментами трех. Применительно к настоящей лабораторной работе интеграл Максвелла-Мора используется в виде:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_{zFi} \bar{M}_{zi}}{EI_z} dx,$$

где M_{zFi} – изгибающий момент в произвольном поперечном сечении каждого i -го участка системы, возникающий от внешних нагрузок, действующих на упругую систему только до этого сечения рассматриваемого участка;

$\overline{M}_{zi}$ – изгибающий момент, вызванный действием единичной обобщённой силы в тех же произвольных поперечных сечениях; I_z – осевой момент инерции поперечного сечения бруса; E – модуль нормальной упругости материала бруса; суммирование производится по всем участкам. Напомним, границей участка может служить точка приложения силового фактора, изменение направления геометрической оси, изменение формы или размеров поперечного сечения.

Аналитическое интегрирование по участкам системы может быть заменено по способу Верещагина графоаналитическим перемножением эпюр.

2. Оборудование, приборы и испытуемый образец

Экспериментальное определение прогибов и углов поворота сечений при изгибе балки с двумя опорами проводится на лабораторной установке СМ4А.

Для испытаний применяются образцы балки прямоугольного сечения (6×40) с длиной пролёта 1000 мм из стали Ст3.

Схема установки приведена на рис. 5.2. Установка состоит из шарнирно-закрепленной балки (1), гиревого подвеса (2), основания (3), двух шарнирных опор (4) и набора грузов. Для измерения прогибов применяется индикатор часового типа (5). Индикатор имеет две шкалы: малую с ценой деления 1 мм и большую – с ценой деления 0,01 мм. Схема его показана на рис. 5.3.

Для измерения перемещений индикатор устанавливается неподвижно и штифтом (1) опирается в точке А, перемещение которой определяется по направлению штифта (1). При перемещении точки А конец штифта следует за ней, так как штифт при помощи пружины (2) все время прижат к этой точке.

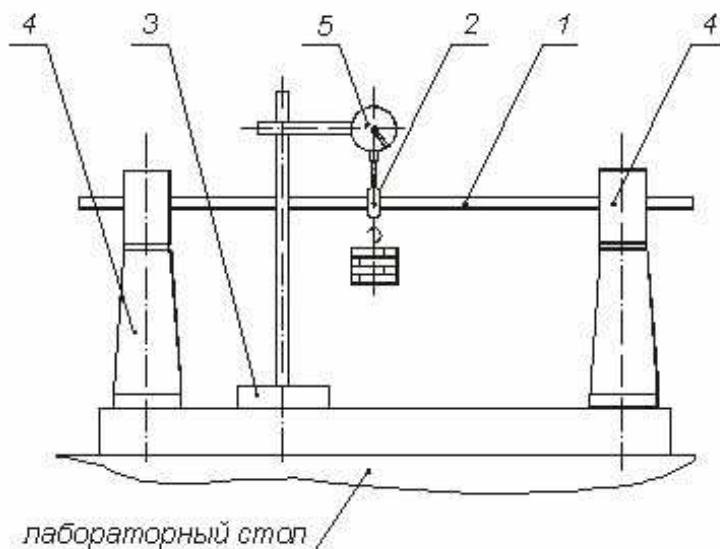


Рис. 5.2. Схема установки СМ4А для испытания на изгиб двухопорной балки с определением прогиба и угла поворота сечения

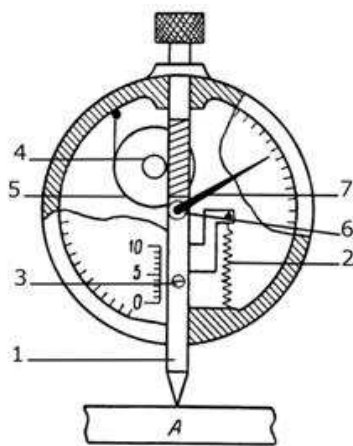


Рис. 5.3. Схема индикатора часового типа

Перемещение штифта отмечается движением указателя (3), прикрепленного к штифту, по шкале с миллиметровыми делениями, нанесенными по краю прорези. Штифт имеет винтовую нарезку в средней части и соединен с червячным колесом (4), на одной оси с которым помещается шестеренка (5). Шестеренка (5) находится в соединении с шестеренкой (6), к оси которой прикреплена стрелка (7). При перемещении штифта на 1 мм стрелка делает полный оборот. По окружности, описываемой стрелкой, нанесена шкала со ста делениями. Следовательно, одно деление шкалы соответствует перемещению штифта на 0,01 мм. Таким образом, по вертикальной шкале отсчитываются целые миллиметры, а по циферблату – доли миллиметра. Если отсчеты по циферблату оценивать на глаз, до одной десятой деления, то измерение перемещений может быть произведено с точностью до 0,001 мм. В некоторых моделях индикаторов вместо прорези со шкалой для отсчета целых миллиметров перемещения штифта устроен второй циферблат с маленькой стрелкой и отсчитываются целые миллиметры. Величина поступательного перемещения штифта, а следовательно, и предельное перемещение, которое можно замерить без перестановки индикатора, обычно равняется 10 мм.

У двухопорной балки одна опора шарнирно-неподвижная, прогиб будет равен нулю, а угол поворота при нагрузке будет иметь какое-то значение. Вторая опора шарнирно-подвижная, значит прогиба также не будет, угол поворота будет иметь значение, кроме того опора будет перемещаться и горизонтально.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

1. Собрать установку согласно рис. 5.4. На шарнирно-неподвижную опору *A* установить индикатор 1 для измерения угла поворота сечения. На шарнирно-подвижной опоре *B* должно быть два индикатора: один индикатор 2 показывает смещение, связанное с поворотом сечения, второй индикатор 3 фиксирует горизонтальное смещение точки опоры.

На расстоянии, например, 500 мм (середина пролета) и 700 мм от опоры *A* ставятся индикаторы 4 и 5 для измерения вертикального прогиба балки под нагрузкой.

2. Назначить точки приложения нагрузки *F*: например, F_1 на расстоянии 200 мм, F_2 - на 400 мм от опоры *A*.

3. При постоянном значении нагрузки F_1 , например, 30-60 Н зафиксировать показания всех 5-ти индикаторов. То же самое повторить для нагрузки F_2 . Значения занести в таблицу 5.1.

4. При переменных значениях нагрузки F_1 или F_2 , например, 20, 40 и

60 Н записать показания всех индикаторов. Значения (в том числе, w_E , w_K , X) занести в таблицу 5.1.

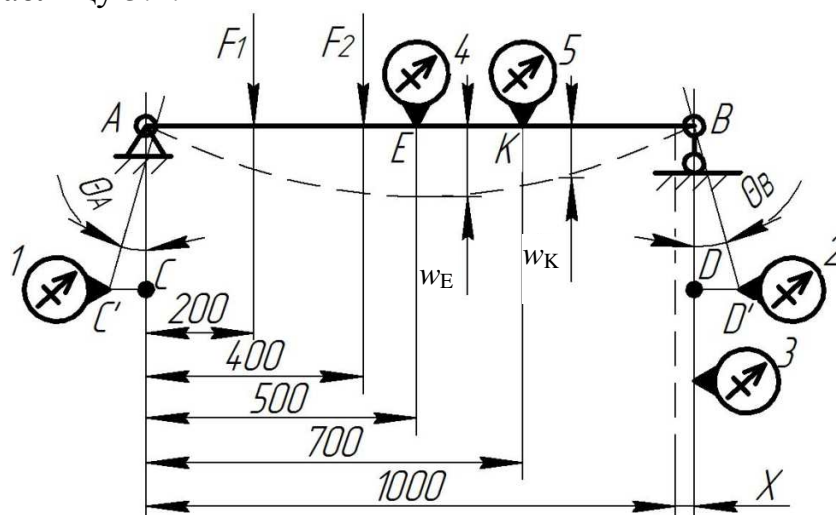


Рис. 5.4. Схема настройки уставки с индикаторами

5. Пересчитать значения показаний индикаторов 1 и 2 из линейных в угловые: $\Theta_A = \arctg (CC^1 / AC)$. $\Theta_B = \arctg (DD^1 / BD)$.

6. Построить графические зависимости величин прогибов и углов поворота от значений и места приложения нагрузки для 5-ти индикаторов.

7. Вычислить методом Мора теоретические прогиб в центре пролёта и угол поворота сечения на опоре A для нагружения силой в центре пролёта. Определить погрешность теоретических величин прогиба и угла поворота сечения по сравнению с экспериментальными их величинами.

8. Произвести анализ результатов и сделать выводы по работе.

Вопросы для самопроверки

1. Дать определение прямого плоского изгиба.
2. Чем чистый изгиб отличается от поперечного изгиба?
3. Какие перемещения получают точки оси балки при изгибе, в том числе на опорах разного вида?
4. Какая зависимость между прогибами и углами поворота сечений при изгибе?
5. Какие методы определения перемещений вы знаете?
6. Как влияют упругие свойства материала на перемещения при изгибе балки?
7. Как влияют размеры и форма поперечного сечения балки на перемещения при изгибе?
8. Запишите интеграл Максвелла-Мора и объясните смысл всех его элементов.
9. Какие состояния упругой системы необходимо рассмотреть для определения перемещений методом Максвелла-Мора?
10. Какие внутренние усилия учитываются в случае определения перемещений по методу Максвелла-Мора при изгибе балок?
11. При определении перемещений методом Мора в каком случае нужно прикладывать единичную силу, а в каком – единичный момент?
12. Как устроен стрелочный индикатор?
13. Какие получились зависимости прогибов и углов поворота сечений от величин

ны и места приложения нагрузок для каждого положения индикаторов?

14. Что означает знак «минус», полученный в результате расчета перемещений методом Мора?

Лабораторная работа № 6. Определение прогибов и углов поворота сечения для консольной балки

Цель работы: экспериментальное определение прогиба и угла поворота поперечных сечений при изгибе балки с жесткой заделкой, определение зависимостей величин прогиба и угла поворота от величины и места приложения нагрузки; экспериментальная проверка формулы Мора для определения прогибов и углов поворота.

Теоретическая часть

Особенности деформирования балки при поперечном изгибе

Поперечный изгиб – это такой вид деформации балки, при котором в его сечениях возникают изгибающие моменты и поперечные силы.

Исследования показали, что при поперечном изгибе балок действуют нормальные и касательные напряжения. При этом нормальные напряжения связаны с действием изгибающего момента, а касательные – возникают от внутренних поперечных сил. В обоих случаях напряжения зависят как от силовых факторов, размеров поперечного сечения, так и от формы сечения.

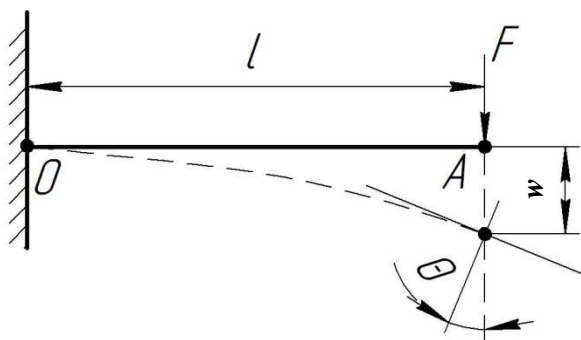


Рис. 6.1. Схема изгиба балки с жесткой заделкой

Рассмотрим деформацию балки прямоугольного поперечного сечения с жесткой заделкой, на которую действует сосредоточенная сила F (рис. 6.1).

При изгибе точки оси балки получают вертикальные линейные перемещения (прогибы), а поперечные сечения поворачиваются на некоторые углы. В заделке оба вида деформаций равны нулю.

Прогиб произвольной точки оси балки A обозначим w , а угол поворота сечения, проходящего через точку A оси балки – θ .

Для расчета прогибов и углов поворота сечений при изгибе балок существует несколько аналитических методов: метод интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси балки, метод Максвелла-Мора и др.

Оборудование и образцы

Экспериментальное определение линейного прогиба и угла поворота сечения при поперечном изгибе балки с жесткой заделкой проводится на

лабораторной установке СМБ.

Для испытаний применяются стальные образцы балки с прямоугольным поперечным сечением (10×50) с длиной консоли 650 мм.

Установка состоит из основания, консольной балки, гиревого подвеса и набора грузов. Для измерения прогибов и углов поворота применяются индикаторы часового типа. Индикатор имеет две шкалы: малую с ценой деления 1 мм и большую – с ценой деления 0,01 мм.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

1. Собрать установку согласно рис. 6.2. Индикатор 1 измеряет прогиб в крайней точке A . В точке B должен стоять вертикальный шток индикатора BB_1 , при этом индикатор 2 фиксирует перемещение, связанное с поворотом сечения.

2. Назначить расстояние a точки приложения нагрузки F от края консоли, например, три положения то 20 мм до 60 мм.

3. При постоянном значении нагрузки F , например, в диапазоне от 15 до 60 Н менять положения точки приложения нагрузки, зафиксировать показания индикаторов. Значения w_A , X_B занести в таблицу 6.1.

4. При постоянной точке приложения нагрузки и переменных значениях нагрузки F , например, 20, 40 и 60 Н, записать показания индикаторов в таблицу 6.1.

5. Пересчитать значения показаний индикатора 2 в угловое перемещение: $\theta_B = \arctg(X_B / BB_1)$.

6. Построить графические зависимости величин прогибов и углов поворота сечений от величины и места приложения нагрузки.

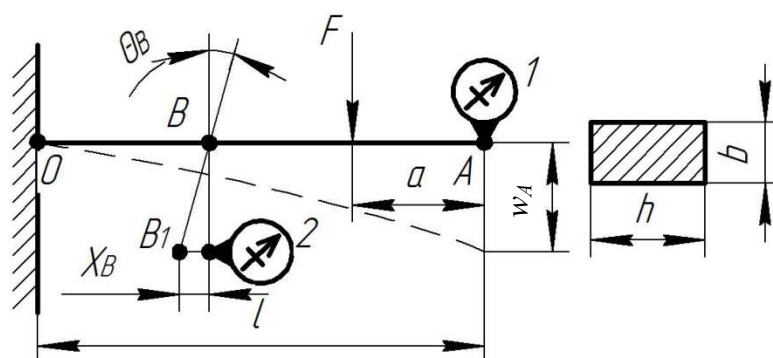


Рис. 6.2. Схема настройки лабораторной установки с индикаторами

Таблица 6.1

№ п/п	Нагрузка F , Н	Расстояние a от края консоли, мм	Прогиб w_A , мм.	X_B , мм	Угол поворота θ_B , рад
1					

7. Вычислить методом Мора теоретические прогиб и угол поворота сечения в точке A . Определить погрешность теоретических величин прогиба и угла поворота сечения по сравнению с экспериментальными их величинами.

8. Произвести анализ результатов и сделать выводы по работе.

Вопросы для самопроверки

1. Дать определение поперечного изгиба.
2. Какие перемещения получают точки оси балки с жесткой заделкой при изгибе?
3. Какие основные аналитические методы определения деформаций при изгибе вы знаете?
4. Как влияют размеры и форма поперечного сечения балки на перемещения при изгибе?
5. Запишите интеграл Максвелла-Мора и объясните смысл всех его элементов.
6. Какие состояния упругой системы необходимо рассмотреть для определения перемещений методом Максвелла-Мора?
7. Какие внутренние усилия учитываются в случае определения перемещений по методу Максвелла-Мора при изгибе балок?
8. При определении перемещений методом Мора в каком случае нужно прикладывать единичную силу, а в каком – единичный момент?
9. Как устроен стрелочный индикатор?
10. Какие получились зависимости прогибов и углов поворота сечений от величины и места приложения нагрузок для каждого положения индикаторов?
11. Что означает знак «минус», полученный в результате расчета перемещений методом Мора?

Лабораторная работа № 7.

Определение перемещений балки при косом изгибе

Цель работы: Экспериментальная проверка теоретических формул для определения величины и направления перемещения балки при косом изгибе.

Теоретическая часть

Изгиб называют **косым**, если плоскость действия изгибающего момента, возникающего в поперечном сечении балки, не совпадает ни с одной из его главных плоскостей. **Главные плоскости** XOY и XOZ проходят через продольную ось балки OX и главные центральные оси поперечного сечения OY , OZ .

Различают плоский косой изгиб и пространственный косой изгиб. При **плоском косом изгибе** все нагрузки расположены в одной плоскости, т.е. существует общая для всей балки силовая плоскость. В этом случае упругая линия балки – плоская кривая, но в отличие от прямого изгиба, плоскость, в которой она расположена, не совпадает с силовой плоскостью. Именно эта особенность характера деформации обуславливает наименование **косой изгиб**. При **пространственном косом изгибе** нагрузки, вызывающие изгиб, расположены в разных продольных плоскостях балки. Соответственно углы

между главными центральными осями поперечных сечений и силовыми линиями не постоянны по длине балки. Упругая линия балки в этом случае – пространственная кривая.

Косой изгиб можно рассматривать как совокупность двух прямых изгибов во взаимно перпендикулярных главных плоскостях балки. Перемещения при косом изгибе определяют на основе принципа независимости действия сил путем геометрического суммирования перемещений, получающихся в направлении главных осей. Полное перемещение будет равно:

$$w = \sqrt{w_y^2 + w_z^2}. \quad (7.1)$$

Нулевой, или **нейтральной линией**, называется геометрическое место точек поперечного сечения, в которых нормальные напряжения равны нулю. Нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения определяются на основе принципа независимости действия сил, как алгебраическая сумма нормальных напряжений σ_{My} и σ_{Mz} , каждое из которых обуслов-

лено одним из прямых изгибов: $\sigma = \sigma_{My} + \sigma_{Mz} = \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$.

Для получения уравнений нулевой линии приравняем нулю правую часть выражения:

$$\frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z = 0 \text{ или } y = -\frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{I_z}{I_y} z = z \operatorname{tg} \beta.$$

Эта формула показывает, что нулевая линия – прямая, проходящая через начало координат и составляющая с осью z угол, определяемый из выражения:

$$\operatorname{tg} \beta = \left| -\frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{I_z}{I_y} \right|.$$

Обозначим α - угол наклона силовой линии к оси OY (рис. 7.1), тогда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_y}{M_z} \text{ и } \operatorname{tg} \beta = -\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \alpha \quad (7.2)$$

Анализируя последнее выражение, приходим к выводу, что в отличие от прямого изгиба нулевая и силовая линии не будут взаимно перпендикулярны. Здесь угол β отсчитывается от оси z , а угол α - от оси y , и условие перпендикулярности силовой и нулевой линии будет $\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} \alpha$ (см. рис. 7.1).

Лишь в частном случае, когда $I_z = I_y$, угол между нулевой и силовой линиями будет прямым ($\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} \alpha$), но это значит, что любая центральная ось сечения – главная ось, а значит, вообще изгиб будет прямым.

Для сечений типа круга, квадрата и т. п., у которых все центральные оси – главные ($I_z = I_y$), **косой изгиб невозможен**.

Нулевая и силовая линии проходят через разные квадранты сечения: так, например, если силовая линия проходит через I и III квадранты, то нулевая линия – через II и IV. Угол между силовой линией и направлением

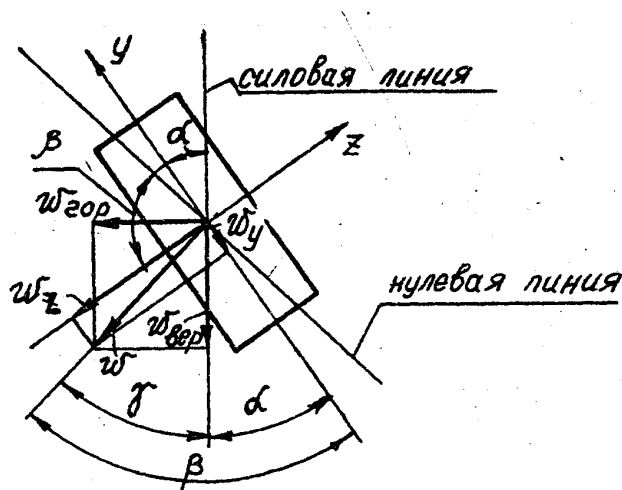


Рис. 7.1. Направление полного перемещения перпендикулярно нулевой линии

полного перемещения (следом плоскости изгиба) обозначим γ (см. рис. 7.1), он равен:

$$\gamma = \beta - \alpha. \quad (7.3)$$

Величина угла γ тем больше, чем больше отношение I_z/I_y .

Для теоретического определения прогибов балки можно использовать любой из изученных методов. Определим прогиб свободного конца консоли, нагруженной сосредоточенной силой (рис. 7.2, а), используя метод начальных параметров.

Универсальное уравнение

упругой линии балки в данном случае будет иметь вид:

$$w(x) = w_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI_z} \cdot \left[-M_A \frac{x^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} - F \frac{(x-l)^3}{6} \right],$$

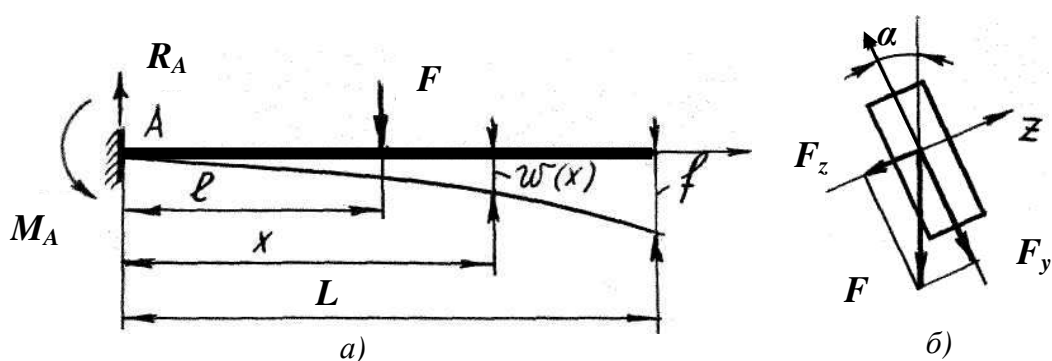


Рис. 7.2. Расчетная схема

где $R_A = F$; $M_A = F\ell$ - реакция и момент в заделке. Прогиб w_0 и угол поворота сечения θ_0 в заделке будут равны нулю.

Тогда прогиб на свободном конце консоли при $x = L$ (стрела прогиба):

$$w(x)|_{x=L} = f = \frac{F}{EI_z} \left[-\ell \frac{L^2}{2} + \frac{L^3}{6} - \frac{(L-\ell)^3}{6} \right] = -\frac{F\ell^2}{6EI_z} (3L - \ell)$$

Если сила F будет направлена под некоторым углом α к оси OY (рис. 7.2, б), то для определения полного перемещения f по формуле (6.1) предварительно необходимо вычислить перемещения f_y , f_z в главных плоскостях балки:

$$f_z = -\frac{F_z \ell^2}{6EI_z} (3L - \ell); \quad f_y = -\frac{F_y \ell^2}{6EI_y} (3L - \ell).$$

Учитывая, что $F_y = F \cos \alpha$; $F_z = F \sin \alpha$, получим расчетную формулу

для вычисления теоретического полного перемещения в следующем виде:

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} = \frac{F\ell^2}{6EI_z} (3L - \ell) \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{I_z}{I_y}\right)^2 \sin^2 \alpha}. \quad (7.4)$$

Описание лабораторной установки

Для экспериментального определения перемещений свободного конца балки используется установка типа СМ-8М (рис. 7.3), которая состоит из следующих основных частей: исследуемого консольного образца 1, основания 2 с четырьмя регулируемыми винтами-ножками 3, неподвижной опоры 4 с устройством для поворота образца либо его жесткого защемления, нагрузочного устройства и узла, измерения перемещений образца.

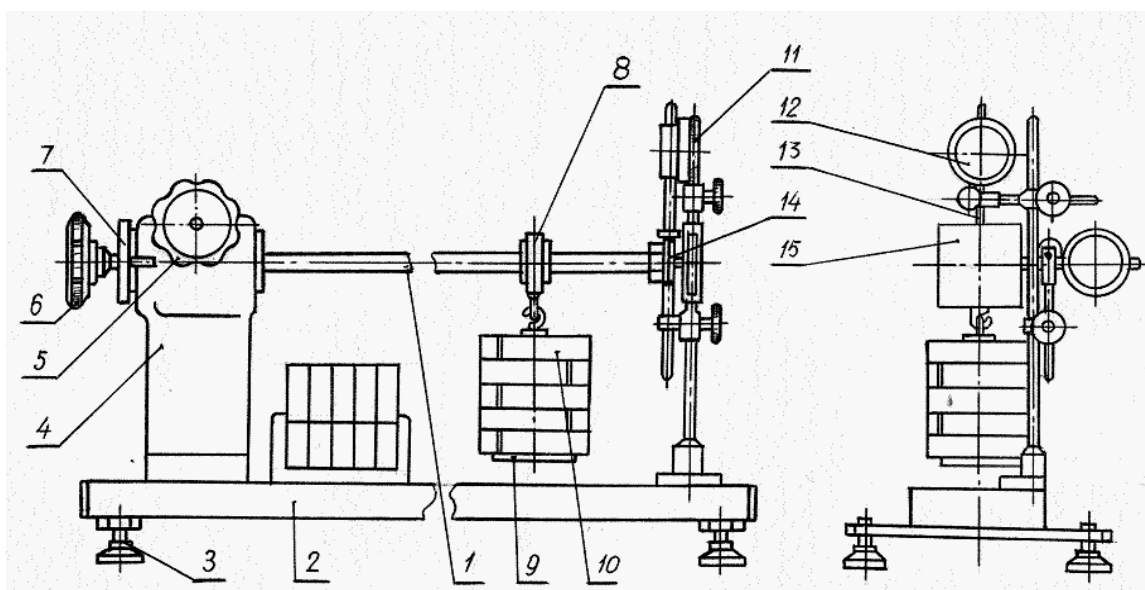


Рис. 7.3. Схема установки

Левый конец балки зажат в неподвижной опоре 4 посредством поперечного зажима с дифференциальным винтом, увеличивающим усилие закрепления. Поворот образца достигается вращением рукоятки 6 при освобожденном зажиме в пределах ± 90 градусов. Угол поворота устанавливается по шкале 7. Нагрузочное устройство состоит из подвески 8, которая перемещается вдоль образца, на лицевой поверхности которого нанесена шкала для удобства отсчета плеч нагрузки. На оси подвески предусмотрен шарикоподшипник, благодаря чему обеспечивается отвесное положение гиревого подвеса 9 и набора грузов при повороте образца на любой возможный угол.

Измерение составляющих полного перемещения свободного конца в вертикальном и горизонтальном направлениях производится двумя закрепленными на штативной стойке индикаторами часового типа 12. Цена деления индикатора 0,01 мм. Индикаторы снабжены специальными удли-

нителями 13 с пятками. Пятки упираются во втулку с кольцевым выступом 14. Полное перемещение образца может быть оценено визуально по перемещению карандаша, закрепленного во втулке 14, вдоль шкалы 15 с ценой деления 2 мм, выполненной из органического стекла. Для записи перемещения конца балки на шкалу 15 закрепляют лист миллиметровой бумаги.

Исследуемый образец выполнен из стали марки Ст3 ГОСТ 380-71 в виде консольной балки прямоугольного сечения размером $7 \times 32 \text{ мм}^2$ и длиной 500 мм. Плечо нагрузки можно варьировать от 250 до 400 мм.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

1. Согласно исходным данным (плечо нагрузки l , угол поворота поперечного сечения α , указанные преподавателем) составить расчетную схему.

2. Вычислить величину допускаемой нагрузки $[F]$, которая не вызывает появления в балке остаточных деформаций. Расчет необходимо производить для случая нагружения балки в плоскости наименьшей жесткости по

условию прочности: $\sigma_{\max} = \frac{M_{y_{\max}}}{W_y} \leq [\sigma]$, принимая $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

3. Подготовить установку для проведения опыта, установив заданные угол α и плечо нагрузки l .

4. Определить величину ступени нагружения ΔF , исходя из того, что при трех-четырех ступенях нагружения наибольшая величина не превышала величину $[F]$.

5. Давая одинаковые приращения нагрузки ΔF , произвести три-четыре нагружения, регистрируя после каждого нагружения по шкалам индикаторов величины составляющих полного перемещения свободного конца в вертикальном ($f_{\text{верт}}$) и горизонтальном ($f_{\text{гор}}$) направлениях. Занести показания в таблицу 7.1.

6. По окончании эксперимента балку разгрузить и сравнить показания индикаторов после разгрузки с первоначальными.

7. Вычислить приращения нагрузки ΔF_i , приращения показаний индикаторов $\Delta f_{\text{верт},i}$, $\Delta f_{\text{гор},i}$ для каждой i -ой ступени нагружения; средние арифметические значения приращений $\overline{\Delta F}$, $\overline{\Delta f_{\text{верт}}}$, $\overline{\Delta f_{\text{гор}}}$, а также среднее приращение полного перемещения:

$$\overline{\Delta f_{\text{экс}}} = \sqrt{\overline{\Delta f_{\text{верт}}}^2 + \overline{\Delta f_{\text{гор}}}^2}.$$

8. Вычислить экспериментальное значение угла γ (см. рис. 6.1) по формуле:

$$\gamma_{\text{экс}} = \arctg \frac{\overline{\Delta f_{\text{гор}}}}{\overline{\Delta f_{\text{верт}}}}.$$

9. Вычислить величины теоретического полного перемещения $\overline{\Delta f_{\text{теор}}}$ и угла $\gamma_{\text{теор}}$ по формулам (7.2 – 7.4), принимая $F = \overline{\Delta F}$, $M_y = \overline{\Delta F} L \sin \alpha$,

$$M_z = \overline{\Delta F} L \cos \alpha.$$

Таблица 7.1

Экспериментальное определение составляющих полного перемещения

Номер ступени нагружения	Нагрузка, F , Н	Приращение нагр., ΔF , Н	Показания индикаторов, мм×100		Приращение показания индикаторов, мм×100	
			$f_{\text{верт}}$	$f_{\text{гор}}$	$\Delta f_{\text{верт}}$	$\Delta f_{\text{гор}}$
0						
1						
2						
Суммы Средние значения	$\Sigma \Delta F =$ $\overline{\Delta F} = \frac{\Sigma \Delta F}{n}$				$\Sigma \Delta f_{\text{верт}}$ $\overline{\Delta f}_{\text{верт}} = \frac{\Sigma \Delta f_{\text{верт}}}{n}$	$\Sigma \Delta f_{\text{гор}}$ $\overline{\Delta f}_{\text{гор}} = \frac{\Sigma \Delta f_{\text{гор}}}{n}$

Здесь n - число ступеней нагружения.

10. Определить расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями полного перемещения и угла γ :

$$\delta_f = \frac{\overline{\Delta f}_{\text{теор}} - \overline{\Delta f}_{\text{эксп}}}{\overline{\Delta f}_{\text{теор}}} \times 100\% ;$$

$$\delta_\gamma = \frac{\gamma_{\text{теор}} - \gamma_{\text{эксп}}}{\gamma_{\text{теор}}} \times 100\% .$$

Вопросы для самопроверки

1. Что называется косым изгибом?
2. Напишите формулу для определения положения нулевой линии. Объясните физический смысл всех величин, входящих в формулу.
3. Определите положение нулевой линии при плоском косом изгибе балки прямоугольного поперечного сечения, если силовая линия совпадает с диагональю поперечного сечения.
4. Какое положение занимает плоскость изгиба балки квадратного поперечного сечения, если силовая линия совпадает с диагональю поперечного сечения?
5. Напишите условие, при котором деформация косого изгиба невозможна, объясните почему?
6. Дайте определение плоского и пространственного косого изгиба?
7. При косом изгибе плоскость изгиба отклоняется от плоскости действия сил. В какую сторону она отклоняется? В сторону главной плоскости наибольшей или наименьшей жесткости? Объясните это, пользуясь соответствующей формулой.
8. При какой форме поперечного сечения балки косой изгиб невозможен и почему?
9. Для исследуемой в лабораторной работе балки вычислите отношение составляющих перемещения f_z/f_y при $\alpha = 45^\circ$.

Лабораторная работа № 8. Определение напряжений при внецентренном растяжении

Цель работы: Экспериментальная проверка теоретической формулы для определения нормальных напряжений при внецентренном растяжении.

Теоретическая часть

Внецентренное растяжение-сжатие – это частный случай сложного сопротивления, когда на брус действует сосредоточенная сила, параллельная оси бруса, приложенная не в центре тяжести поперечного сечения (рис. 8.1).

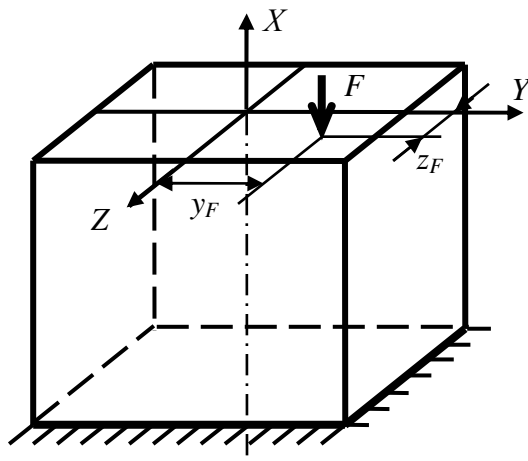


Рис. 8.1

В сечениях бруса возникает 3 внутренних силовых фактора (ВСФ) $N = -F$; $M_y = Fz_F$; $M_z = Fy_F$.

Величины ВСФ во всех сечениях будут одинаковы. Напряжения в произвольной точке определяются алгебраической суммой:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z} = \frac{-F}{A} + \frac{Fz_F}{I_y} \cdot z +$$

$$\frac{Fy_F}{I_z} \cdot y = \frac{F}{A} \left(-1 + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y \right). \quad (8.1)$$

Нейтральная или нулевая линия – геометрическое место точек поперечного сечения, в которых $\sigma = 0$. Приравняем выражение σ к нулю и после преобразований получим уравнение нулевой линии (рис. 8.2):

$$\frac{z}{z_H} + \frac{y}{y_H} = 1, \quad (8.2)$$

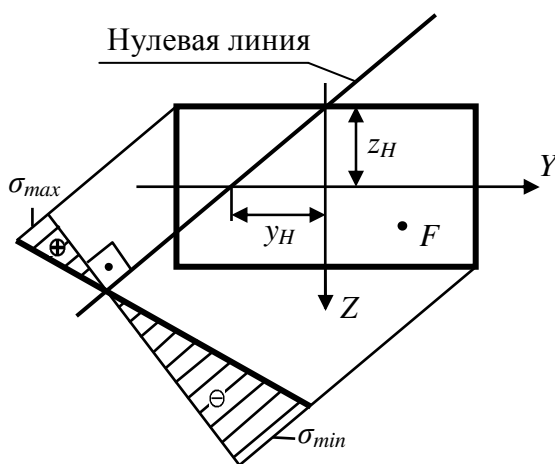


Рис. 8.2

где $z_H = -\frac{i_y^2}{z_F}$; $y_H = -\frac{i_z^2}{y_F}$ – отрезки, отсекаемые нулевой линией на осях координат; i_y , i_z – радиусы инерции поперечного сечения.

Если нулевая линия (н. л.) пересекает контур поперечного сечения, то в сечении можно выделить две области, лежащие по разные стороны от нулевой линии и имеющие различные знаки напряжений. Одна область поперечного сечения будет растянутой

и напряжения в ней будут положительными, а другая – сжатая.

Ядром сечения называется действительная или мнимая часть поперечного сечения, расположенная вокруг его центра тяжести, обладающая тем свойством, что приложение растягивающей или сжимающей силы в ней вызывает появление во всем поперечном сечении напряжения только одного знака.

В тех случаях, когда н. л. касается контура поперечного сечения, нигде его не пересекая, точка приложения внецентренной нагрузки будет расположена на контуре ядра сечения. Умение строить ядро сечения очень важно при проектировании сооружений из хрупких материалов, т.к. такие материа-

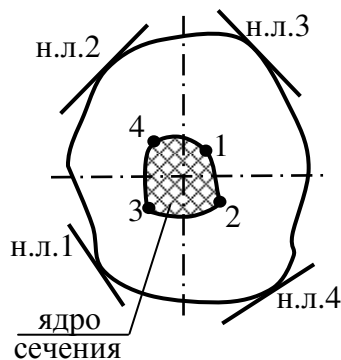


Рис. 8.3

лы плохо работают на растяжение и для них не желательно, чтобы растягивающие напряжения возникали хотя бы в некоторой части поперечного сечения.

Для построения ядра сечения нужно провести последовательно несколько н. л., касающихся точек контура поперечного сечения, нигде не пересекая его, как это выполнено на рис. 8.3. Так как при этом точка приложения силы F будет располагаться на контуре ядра сечения, то обозначим ее координаты z_y, y_y .

Эти координаты точек, соответствующие определенным положениям н.л., находятся из выражения (8.2), если решить их относительно $z_F = z_y, y_F = y_y$, а именно:

$$y_y = -\frac{i_z^2}{y_n}, \quad z_y = -\frac{i_y^2}{z_n} \quad (8.3)$$

Распределение нормальных напряжений по поперечному сечению зависит от расположения точки приложения внецентренной нагрузки по отношению к ядру сечения. С целью упрощения анализа, рассмотрим характерные случаи приложения сжимающей силы F в точках, расположенных на одной из главных центральных осей инерции поперечного сечения ($y_F = 0$), т.е. случай внецентренной нагрузки, приводящей к одновременному действию осевого усилия и чистого плоского изгиба.

Четыре характерных случая показаны на рис. 8.4 с согласованием между собой точки приложения силы относительно ядра сечения с видом эпюры напряжений.

В первом случае нагрузка приложена в центре тяжести поперечного сечения и напряжения равномерно распределены по поперечному сечению, а нулевая линия расположена в бесконечности.

Во втором случае – сила приложена в области ядра сечения и нулевая линия не пересекает контур поперечного сечения, а напряжения во всех точках сечения имеют одинаковый знак.

В третьем случае точка приложения силы лежит на контуре ядра сечения

и нулевая линия касается контура поперечного сечения.

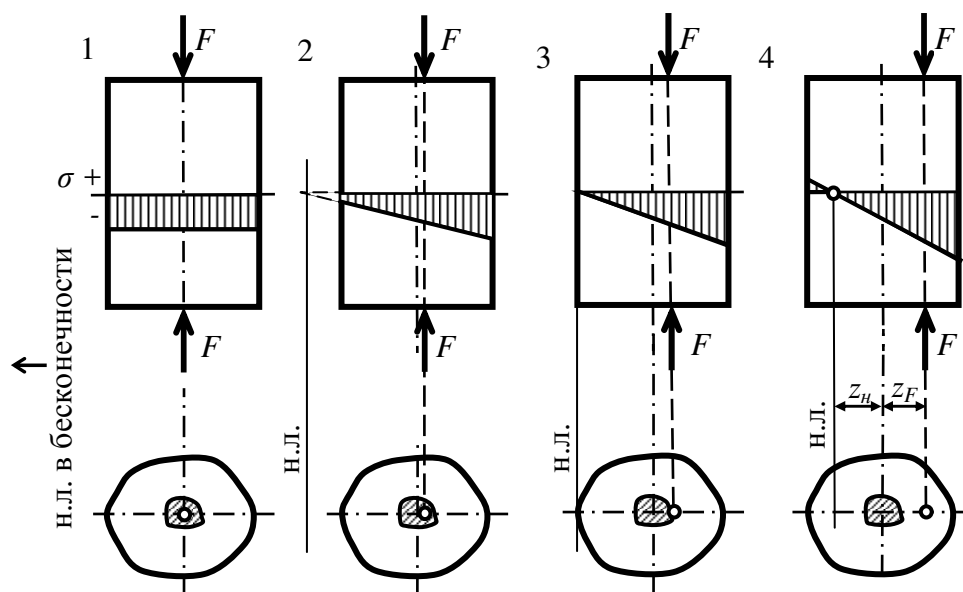


Рис. 8.4

В четвертом случае – сила приложена за пределами ядра сечения и нулевая линия пересекает контур поперечного сечения, разделяя сечения на зоны растяжения и сжатия.

Оборудование и образцы

Испытания производятся на испытательной машине УММ-5 (см. рис. 4.2). В качестве образца используется стальная пластина прямоугольного поперечного сечения. Размеры поперечного сечения пластины, места установки индикаторов и координаты приложения растягивающей силы показаны на рис. 8.5.

Стальная пластина подвергается растяжению внецентренно приложенной силы, что осуществляется передачей усилия через болты, пропущенные в соответствующие отверстия, просверленные с двух сторон пластины.

Экспериментальная часть. Обработка результатов

Рекомендуется следующий порядок проведения эксперимента:

1. Снимите и запишите показания индикаторов до нагружения образца, занесите их в таблицу 8.1.

2. Произведите начальное нагружение образца, снимите и запишите первые отчеты по индикаторам $B1$ и $B2$. Далее проведите следующие нагружения образца постепенно возрастающей нагрузкой (каждая ступень возрастающей нагрузки $\Delta F = 10$ кН) и занесите показания в табл. 8.1.

3. При каждом нагружении запишите показания индикаторов. Пока-

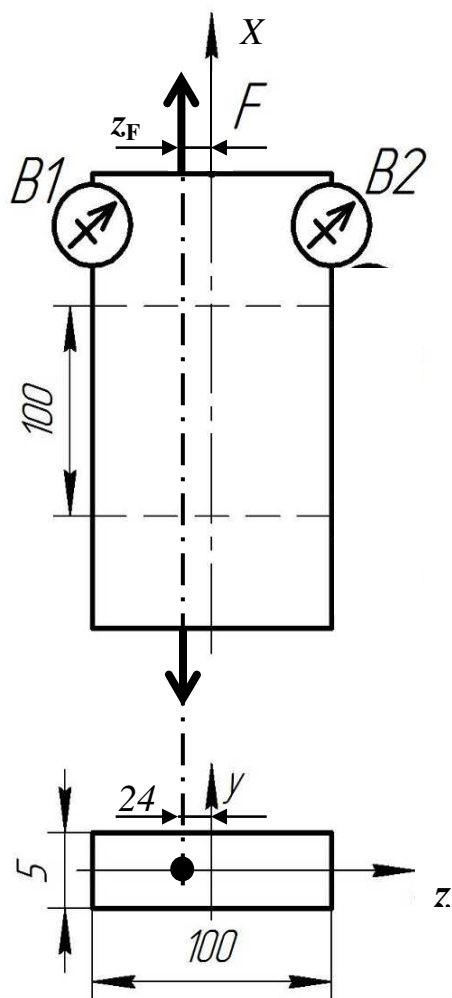


Рис. 8.5. Схема образца с индикаторами

зания индикаторов дают возможность вычислить величину напряжений, возникающих в точках $B1$ и $B2$, при возрастании нагрузки на величину ΔF .

4. Вычислить изменения показания приборов при изменении нагрузки на величину ΔF , подсчитать среднее арифметическое из полученных величин для каждого индикатора, зная базу прибора и коэффициент увеличения прибора, подсчитываем абсолютное удлинение образца в месте установки прибора. Зная модуль упругости материала E и относительное удлинение ϵ_i , находим величину нормального напряжения: $\sigma_i = \epsilon_i \cdot E$, соответствующего изменению нагрузки на одну ступень ΔF . Сначала надо вычислить изменения показания приборов при изменении нагрузки на величину ΔF . Средние арифметические из величин $\Delta B1$ и $\Delta B2$ обозначим $\Delta B1_{cp}$ и $\Delta B2_{cp}$ (учитывая знаки). Затем определяем абсолютные деформации:

$$\Delta l_1 = \Delta B1_{cp} / K_1;$$

$$\Delta l_2 = \Delta B2_{cp} / K_2,$$

где $K_1 = K_2 = 1,25$ – коэффициенты увеличения индикаторов.

Таблица 8.1. Показания индикаторов

Точка приложения силы F	Нагрузка ΔF , кН	Показания индикаторов			
		$B1$	$\Delta B1$	$B2$	$\Delta B2$
	0				
1					
2					
3					

Относительные деформации будут равны:

$$\epsilon_{B1} = \Delta B1_{cp} / (K_1 \cdot l_1);$$

$$\epsilon_{B2} = \Delta B2_{cp} / (K_2 \cdot l_2),$$

где $l_1 = l_2 = 100$ мм - база индикаторов.

Нормальные напряжения определяем из выражений:

$$\sigma_{B1} = E \epsilon_{B1};$$

$$\sigma_{B2} = E \epsilon_{B2}.$$

Вычисленные значения экспериментальных напряжений занести в таблицу 8.2.

Таблица 8.2. Сравнение экспериментальных и теоретических напряжений

Точки	Нормальные напряжения при нагружении в точках, МПа		
	Опытные значения	Теоретическ. значения	Погрешность
	$\sigma_{\text{эксп}}$	$\sigma_{\text{теор}}$	$\delta, \%$
σ_{B1}			
σ_{B2}			

5. Определить теоретические величины нормальных напряжений в точках $B1$ и $B2$ по формуле (8.1).

Вычисленные значения теоретических напряжений занести в таблицу 8.2. Сравнить теоретические и экспериментальные значения напряжений, вычисляя погрешность $\delta, \%$. Результаты сводим в таблицу 8.2.

Вопросы для самопроверки

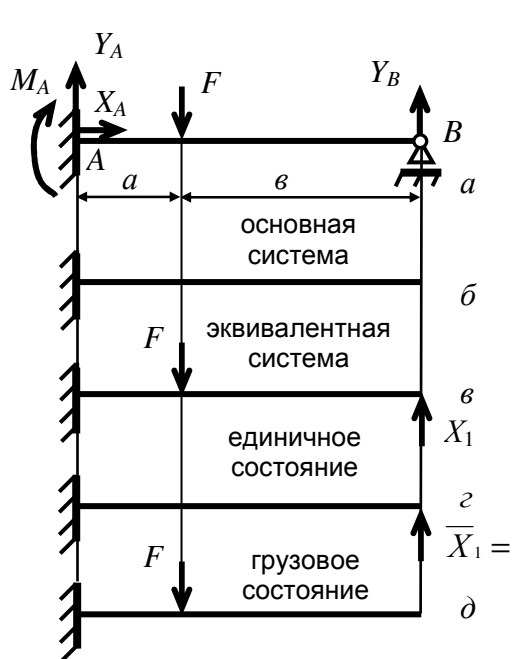
1. Какие внутренние усилия возникают при внецентренном растяжении или сжатии?
2. Какие напряжения возникают в поперечном сечении при внецентренном растяжении или сжатии?
3. Выведите формулу нормальных напряжений при внецентренном растяжении или сжатии.
4. Какой вид имеет формула нормальных напряжений, если точка приложения силы F находится на одной из главных центральных осей инерции поперечного сечения?
5. Получите формулу для определения нормального напряжения в центре тяжести поперечного сечения для стержня, подверженного внецентренному растяжению. Проведите анализ данной формулы.
6. Запишите уравнение нулевой линии при внецентренном растяжении или сжатии.
7. Если нулевая линия приближается к центру сечения, то куда при этом будет перемещаться точка приложения силы F ? Почему?
8. Может ли нулевая линия проходить за контуром поперечного сечения (не пересекая его)? Если может, то где при этом должна находиться точка приложения силы F ?
9. Если нулевая линия удаляется в бесконечность, то какое положение займёт точка приложения силы? Как называется такой случай нагружения стержня?
10. Каким образом можно найти наиболее напряженные точки поперечного сечения бруса, испытывающего внецентренное нагружение?
11. По какому закону распределяются нормальные напряжения в плоскости сечения?
12. Могут ли в некоторых точках поперечного сечения при внецентренном сжатии возникнуть растягивающие напряжения?
13. Что называется ядром сечения? Что называется контуром ядра сечения?
14. Если точка приложения внецентренной силы будет перемещаться по прямолинейному участку контура ядра сечения, то как при этом будет вести себя нулевая линия? Приведите пример.
15. Какой вид имеет ядро сечения для прямоугольника, двутавра, швеллера? Приведите объяснения.

Лабораторная работа № 9. Исследование статически неопределимых балок

Цель работы: Экспериментальное определение реакций статически неопределимой балки и проверка справедливости канонических уравнений метода сил.

Теоретическая часть

Для системы, n раз статически неопределимой, канонические уравнения метода сил записываются в виде:



$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2F} &= 0, \\ \dots\dots\dots \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nF} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

где X_i – лишние неизвестные: δ_{ij} ,
 Δ_{iF} – коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода сил.

Рис. 9.1

Каждое i -ое уравнение устанавливает равенство нулю перемещения в направлении i -ого лишнего неизвестного X_i от действия на основную систему внешней нагрузки и всех лишних неизвестных.

Коэффициенты δ_{ij} называют **единичными перемещениями** – это перемещения в основной системе, вызванные j -й единичной неизвестной $\bar{X}_j = 1$, точки приложения i -й лишней неизвестной в направлении её действия.

Свободные члены Δ_{iF} называют **грузовыми перемещениями** – это перемещения в основной системе точки приложения i -й лишней неизвестной в направлении её действия от внешней нагрузки.

Все перемещения определяются методом Мора.

Число лишних неизвестных равно степени статической неопределимости системы i . Степень статической неопределимости для плоских рам и балок определяется формулой: $i = n - 3$, где n – число реакций опор.

На рис. 9.1, a показана один раз статически неопределимая балка. Для неё число реакций опор $n = 4$ (M_A , Y_A , X_B , Y_B) и $i = 4 - 3 = 1$.

Для системы один раз статически неопределимой уравнения (9.1) принимают более простой вид:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (9.2)$$

откуда находим:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}. \quad (9.3)$$

От выбора лишней неизвестной зависит вид основной системы. Для расчетной схемы (рис. 9.1, а) примем за лишнюю неизвестную реакцию опоры $X_1 = Y_B$.

Основная и эквивалентная системы при таком выборе лишней неизвестной показаны на рис. 9.1, б, в.

Для вычисления перемещений Δ_{1F} и δ_{11} необходимо рассмотреть основную систему в двух состояниях: *единичном*, нагруженном только единичной силой (рис. 9.1, г) и *грузовом*, нагруженном только внешними силами (рис. 9.1, д).

Тогда по методу Мора перемещения будут равны:

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{\overline{M}_i \cdot \overline{M}_i}{EI} dx = \int_0^{a+b} \frac{x \cdot x}{EI} dx = \frac{(a+b)^3}{3EI};$$

$$\Delta_{1F} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{\overline{M}_i \cdot M_{Fi}}{EI} dx = -\frac{1}{EI} \int_0^a Fx(b+x) dx = -\frac{F}{EI} \left(\frac{ba^2}{2} + \frac{a^3}{3} \right),$$

где $\overline{M}_i$ - изгибающий момент на i -том участке от действия единичной силы $\overline{X}_1 = 1$ на основную систему (единичное состояние см. рис. 9.1, г); M_{Fi} - изгибающий момент от действия внешней нагрузки на основную систему (грузовое состояние см. рис. 9.1, д).

$$R_B = X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{3F}{(a+b)^3} \left(\frac{ba^2}{2} + \frac{a^3}{3} \right).$$

Теоретическое значение момента в заделке $M_A^{теор.}$ определяется из уравнения равновесия для эквивалентной системы (см. рис. 9.1, в):

$$\Sigma M_A = 0: X_1(a+b) - Fa = M_A^{теор.}.$$

На используемой лабораторной установке экспериментально определяется непосредственно момент в заделке M_A , поэтому целесообразно в качестве лишней неизвестной выбрать момент в заделке $X_1 = M_A$. В этом случае основная и эквивалентная системы будут другими, но теоретическое значение момента $M_A^{теор.}$ будет получено сразу из канонического уравнения метода сил.

Суть работы заключается в сравнении теоретического $M_A^{теор.}$ и момента определённого экспериментально на установке.

Оборудование, приборы и испытуемый образец

Общий вид лабораторной установки для испытания статически неопределимой балки на изгиб показан на рис. 9.2.

Испытуемая балка представляет собой стальную полосу с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и размерами поперечного сечения 40×3 мм. Нагружение балки производится с помощью грузов F_1 и F_2 . Подвески с поддонами, на которые кладутся грузы, можно перемещать вдоль продольной оси балки и устанавливать в требуемом месте в пролете между

опорами или на консольной части балки.

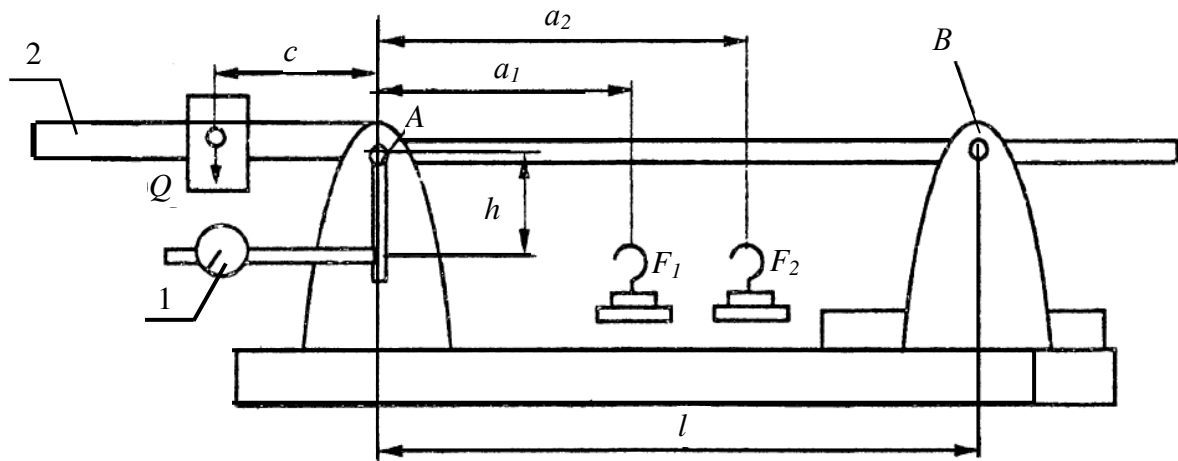


Рис. 9.2. Схема установки для испытания статически неопределимой балки на изгиб (1 – индикатор линейных размеров часового типа; 2 – рычаг)

Правую шарнирную опору B можно перемещать по направляющей станины, изменяя длину пролета балки в достаточно широких пределах. Левая опора A может, по желанию экспериментатора, выполнять роль как неподвижной шарнирной опоры, так и заделки.

Измерение угла поворота сечения балки на опоре A производится с помощью индикатора линейных размеров часового типа 1, корпус которого закреплен на станине установки.

С левым концом балки жестко связан рычаг 2, позволяющий создавать на опоре A изгибающий момент M_A . Требуемая величина момента M_A устанавливается посредством перемещения груза Q по рычагу 2 или, при необходимости, установкой дополнительных грузов на поддоне.

Опора A будет имитировать заделку, если при нагружении балки внешними силами угол поворота сечения на опоре A будет отсутствовать. Следовательно, для определения изгибающего момента в заделке M_A необходимо выполнить условие: $\theta_A = 0$.

На рис. 9.3 приведены варианты схем нагружения статически неопределимой балки, один из которых будет предложен для исследования.

Основные данные испытываемой балки согласно полученному индивидуальному заданию рекомендуется занести в табл. 9.1 протокола лабораторной работы.

Таблица 9.1

l , м	a_1 , м	a_2 , м	h , м	F_1 , Н	F_2 , Н

Экспериментальная часть. Обработка результатов

Для определения момента M_A в заделке рекомендуется следующий порядок проведения эксперимента.

1. Снимите грузы со всех поддонов, а груз Q установите в крайнее пра-

вое положение (запишите величину плеча c_1). Данное состояние балки принимают за исходное (внешние силы отсутствуют и изгибающий момент в сечении балки на опоре A равен нулю).

2. Запишите начальное показание индикатора (поворачивая шкалу индикатора, можно установить его показания на нуль).

3. Проведите нагружение балки силами F_1 и F_2 .

Переместите груз Q по рычагу 2 в такое положение, при котором создаваемый им момент на опоре A давал бы начальное показание индикатора, и определите величину плеча c_2 .

Тогда $M_A = Q(c_2 - c_1)$ и будет искомым моментом в заделке. Результаты эксперимента занесите в табл. 9.2.

Таблица 9.2

№ опыта	Нагрузка			Показания индикатора	Плечо c , м	Момент M_A , Н м
	F_1 , Н	F_2 , Н	Q , Н			
Без нагрузки	0	0	Q		c_1	-
С нагрузкой	F_1	F_2	Q		c_2	-
Приращение на ступень	F_1	F_2	0	0	$c_2 - c_1$	$Q(c_2 - c_1)$

4. Экспериментальное и теоретическое значение M_A занесите в табл. 9.3 и определите отклонение.

Таблица 9.3

Номер опыта	Момент в заделке M_A , Н м		Отклонение, %
	Опытный	Теоретический	

Вопросы для самопроверки

1. Какая система называется статически неопределимой?
2. Что понимается под степенью статической неопределимости? Приведите примеры.
3. Напишите канонические уравнения метода сил для задачи n раз статически неопределимой, объясните смысл всех членов, входящих в уравнения.
4. Напишите канонические уравнения для задачи один раз и два раза статически неопределимой. Приведите примеры для балок.
5. Какую из реакций целесообразно принять за лишнюю неизвестную? Зависит ли способ закрепления балки до статической определимости от того, какая реакция была принята за лишнюю неизвестную? Приведите несколько примеров.
6. Какие силы называются единичными? Какую размерность они имеют?
7. В каком направлении прикладывается единичная сила при вычислении коэффициентов канонических уравнений метода сил? О чем говорит знак, получившийся в результате расчета коэффициентов Δ_{iF} и δ_{ij} ?
8. Могут ли быть отрицательными δ_{11} и δ_{12} , δ_{22} , Δ_{1F} и Δ_{2F} ? Дайте объяснения.

Список рекомендуемой литературы

1. Кочетов, В.Т. Сопротивление материалов 3-е изд., перераб. и доп. / В.Т. Кочетов, М.В. Кочетов, А.Д. Павленко. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. - 544 с.
2. Копнов В.А., Кривошапко С.Н. Сопротивление материалов. Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчетно-графических работ. 2-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2005. - 351 с.
3. Костенко Н.А., Балясникова С.В., Волошановская Ю.Э. и др. Сопротивление материалов Учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. под ред. Костенко Н.А. - Москва: Высшая школа, 2007. - 488 с.: ил.
4. Межецкий Г.Д., Загребин Г.Г., Решетник Н.Н., Слепов А.А. Сопротивление материалов. под ред. Межецкого Г.Д., Загребина Г.Г. - Москва: "Дашков и Ко", 2008. - 416 с.
5. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытания на растяжение. Изд. стандартов, 1987. - 37 с.
6. Золоторевский В. С. Механические свойства металлов. - М.: Металлургия, 1983. - 350 с.
7. Конструкционные материалы: Справочник /Б. Н. Арзамасов, В. А. Брострем, Н. А. Берне и др.; Под общ. ред. Б. Н. Арзамасова. - М.: Машиностроение. 1990. - 688 с.
8. Сопротивление материалов: Лаб. работы: Учебн. пособие для вузов / И. А. Цурпал, Н. П. Варабан, В. М. Швайко.- Киев: Высш. шк., 1988. - 255 с.
9. Гудков А. А, Славский Ю. И. Методы измерения твердости металлов и сплавов. - М.: Металлургия, 1982 -167 с.

Приложение

Таблица 1

Протокол испытаний на растяжение цилиндрических образцов

Параметры	Сталь _____ нормализованная	Сталь _____ закаленная
Начальный диаметр, d_0 , мм		
Начальная расчетная длина, l_0 , мм		
Конечная расчетная длина, l_k , мм		
Максимальная нагрузка, F_{max} , Н		
Нагрузка при пределе текучести, $F_T, F_{0,2}$, Н		
Нагрузка при пределе пропорциональности, $F_{0,05}$, Н		
Предел прочности (временное сопротивление), σ_b , МПа		
Предел текучести, $\sigma_T, \sigma_{0,2}$, МПа		
Предел пропорциональности, $\sigma_{пц}$, МПа		
Предел упругости, $\sigma_{0,05}$, МПа		
Относительное удлинение после разрыва δ , %		

Таблица 2

Механические характеристики конструкционных материалов

Марка материала	Предел текучести, $\sigma_T, \sigma_{0,2}$, МПа	Предел прочности, σ_b , МПа	Относительное удлинение, δ_k , %	Относительное сужение, ψ_k , %	Область применения
Стали и цветные сплавы					
Сталь углеродистая обыкновенного качества Ст3	230	-	25		Прокат сортовой или фасонный
Углеродистая качественная конструкционная сталь 30	295	490	21	50	Детали общего машиностроения. Прокат
Пружинная сталь общего назначения сталь 65Г	785	980	8	30	Пружины механизмов и машин
Среднелегированная высокопрочная сталь 30ХГСН2А	1400	1750	8	-	Высоконагруженные детали(цилиндры, балки, шпильки, оси, болты)
Высоколегированная высокопрочная сталь Н8К18М14	3400	3500	1	3	Криогенное машиностроение, топливные баки ракетных двигателей, медицинский микро инструмент

Продолжение таблицы 2

Алюминиевый сплав Д16	320	450	19	-	Силовые элементы конструкций самолетов
Латунь (медный сплав) ЛАН 59-3-2	235-345	435-635	7-11	20	Морское судостроение. Химически стойкие изделия
Титановый сплав ВТ3-1	1110	1140	14	31	Судостроение, самолетостроение, газовая, нефтехимическая, медицинская промышленность
Чугуны					
	Пределы прочности (кгс/мм²) при				
	растяжении	сжатии	изгибе	δ , %	
Серый СЧ-24	24	100	44	0,5	Гильзы карбюраторных двигателей
Высокопрочный с шаровидным графитом ВЧШГ 60			200	60	Детали, работающие в условиях абразивного износа
Ковкий КЧ 37-12	37	-	-	12	Обладает повышенными пластическими свойствами
<i>Примечание.</i> Обратите внимание на соответствие марки чугуна механическим характеристикам и их размерностям					

Таблица 3

Сопоставление чисел твердости металлов и сплавов, измеренных различными методами: Бринелля, Виккерса и Роквелла

HB, HV	HRB	σ_B , МПа	HB, HV	HRC	σ_B , МПа
100	52,4	333	245	21,2	815
105	57,5	350	250	22,1	835
110	60,9	362	255	23,0	855
115	64,1	382	260	23,9	865
120	67,0	402	265	24,8	880
125	69,8	410	270	25,6	900
130	72,4	430	275	26,4	910
135	74,7	450	280	27,2	930
140	76,6	470	285	28,0	950
145	78,3	480	290	28,8	970
150	79,9	500	295	29,5	980
155	81,4	520	300	30,2	1000
160	82,8	530	310	31,6	1030
165	84,2	550	320	33,0	1060
170	85,6	565	330	34,2	1090
175	87,0	580	340	35,3	1120
180	88,3	600	350	36,3	1150

продолжение таблицы 3

185	89,5	620	360	37,2	1180
190	90,6	640	370	38,1	1200
195	91,7	650	380	38,9	1230
200	92,8	665	390	39,7	1260
205	93,8	685	400	40,5	1290
210	94,8	695	410	41,3	1305
215	95,7	715	420	42,1	1335
220	96,6	735	430	42,9	1365
225	97,5	745	440	43,7	1385
230	98,4	765	450	44,5	1410
235	99,2	785	460	45,3	1440
240	100	795	470	46,1	1480

Таблица 4

Модули упругости и коэффициенты поперечной деформации некоторых материалов

Материал	E , ГПа	G , ГПа	μ
Вольфрам	420	150	0,3
Стали углеродистые	200-210	81	0,24 - 0,28
Чугуны серые	110-150	45-60	0,23 - 0,27
Титановые сплавы	110-115	40-43	0,3
Медь прокатанная	110	40	0,31-0,34
Дюралюмин прокатанный	71	26 - 27	0,32-0,36
Бетон марки 200	20-26	-	0,16-0,18
Древесина (сосна, ель):			
вдоль волокон	10-12	5,5	0,49
поперек волокон	0,5-1	-	-
Оргстекло	3-4	-	0,36-0,38
Каучук	0,008	-	0,47

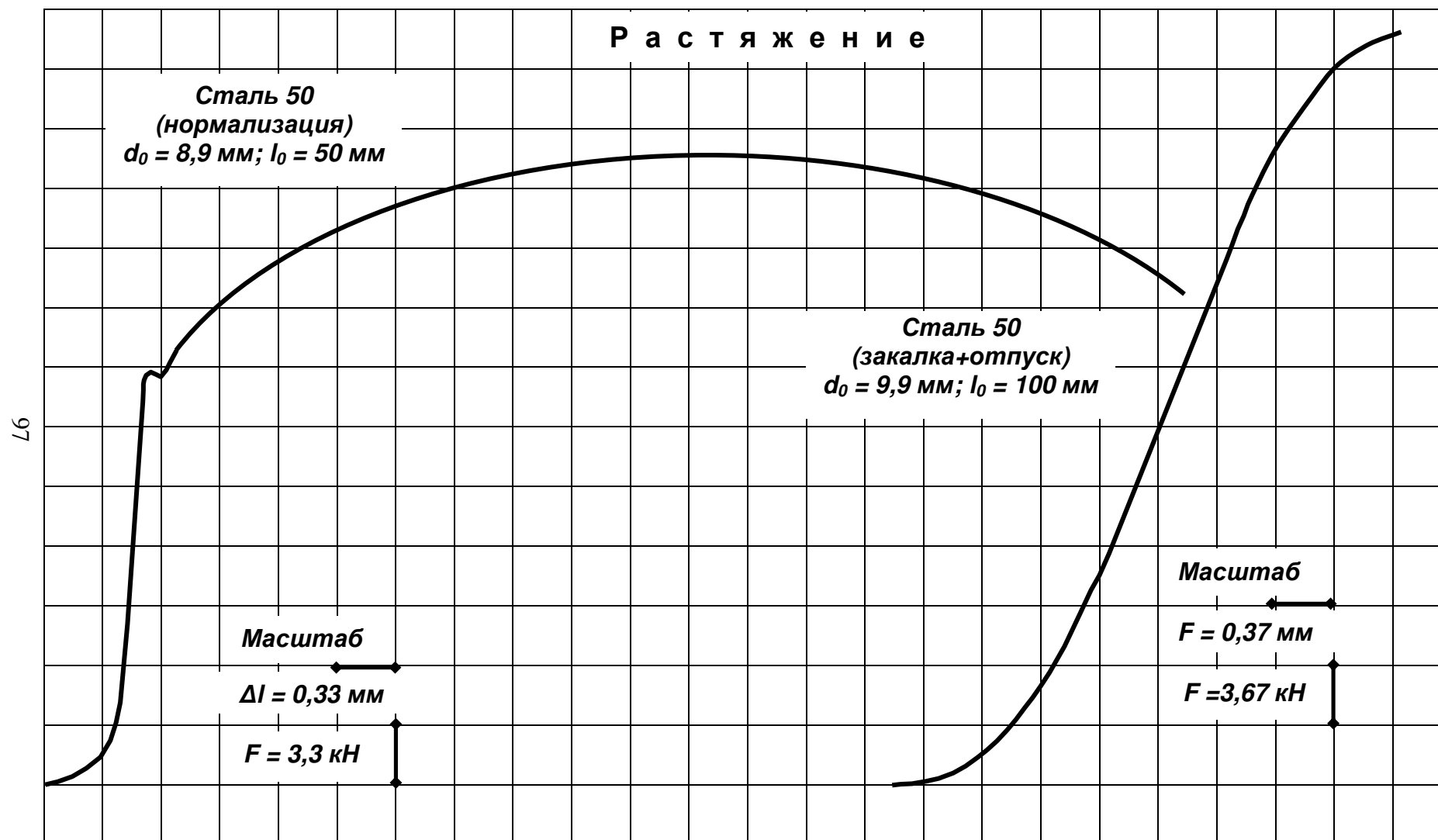


Рис. 1. Диаграммы растяжения для стали 50

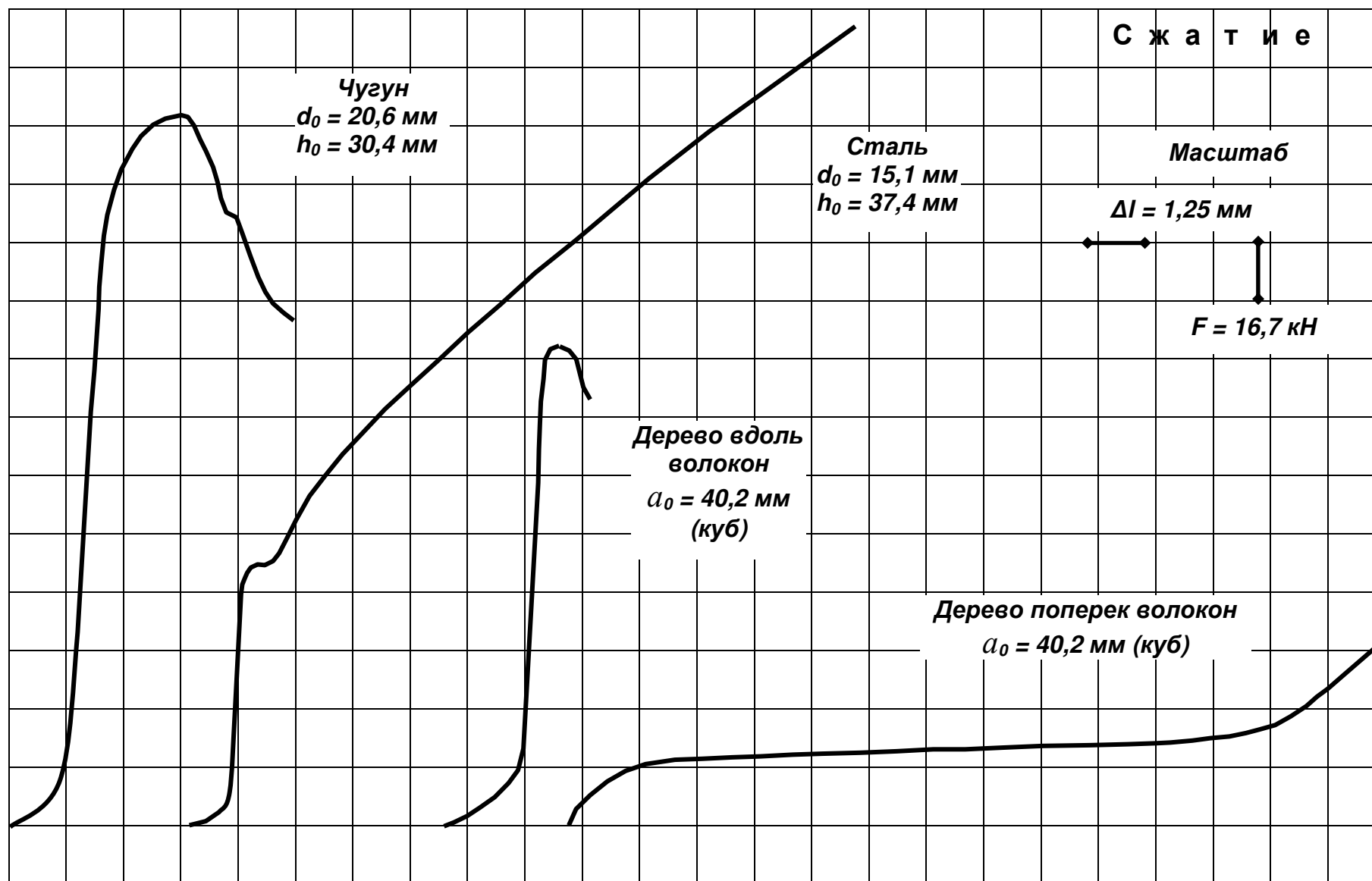


Рис. 2. Диаграммы сжатия

Электронное учебное издание

Юрий Сергеевич **Багайсков**
Николай Иванович **Горин**
Владимир Николаевич **Тышкевич**

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ**
Учебно-методическое пособие

Электронное издание сетевого распространения

Редактор Матвеева Н.И.

Темплан 2019 г. Поз. № 39.

Подписано к использованию 11.06.2019. Формат 60x84 1/16.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 4,38.

Волгоградский государственный технический университет.
400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28, корп. 1.

ВПИ (филиал) ВолгГТУ.
404121, г. Волжский, ул. Энгельса, 42а.